

# SUR LES PARAMÈTRES CARACTÉRISANT LA POLARISATION PARTIELLE DE LA LUMIÈRE DANS LES PHÉNOMÈNES DE FLUORESCENCE

Par M. PAUL SOLEILLET.

SOMMAIRE. — En généralisant à un ensemble de vibrations elliptiques dans l'espace les quantités moyennes que Stokes utilisa pour caractériser l'ensemble des vibrations elliptiques d'un faisceau lumineux de polarisation quelconque, il est possible de définir 9 quantités moyennes qui permettent de caractériser en polarisation aussi bien une émission dans l'espace effectuée par un élément vibreur que l'excitation de ce même élément lors d'un phénomène de fluorescence.

Dans la première partie sont étudiées en même temps que les propriétés de ces quantités, les relations entre l'ensemble L, C, S des quantités qui caractérisent l'émission d'un élément fluorescent et l'ensemble L, C, S de celles qui caractérisent le rayonnement excitateur. Ces relations sont linéaires et homogènes et leurs 81 coefficients sont caractéristiques du milieu fluorescent. Ces coefficients, comme d'ailleurs les L, C, S peuvent se mettre sous forme tensorielle. Les conditions de symétrie diminuent le nombre des coefficients indépendants. Ainsi l'isotropie du milieu conduit à 3 coefficients indépendants, qui peuvent être déterminés par les résultats du cas où la lumière excitatrice est polarisée circulairement.

Dans la seconde partie est traitée le cas général de la dépolarisation causée par un déplacement des éléments vibrateurs : chocs de probabilité isotrope, rotation de Larmor autour d'un champ magnétique. Dans le premier cas on a mis en évidence le rôle des moyennes  $\overline{\cos \alpha}$  et  $\overline{\cos^2 \alpha}$ , donné une formule pour la dépolarisation en fonction de la pression du gaz étranger et comparé aux résultats expérimentaux.

Dans la troisième partie l'emploi de quantités telles que L, C, S

est étendu aux phénomènes d'absorption anisotrope et on a introduit des quantités  $l$ ,  $c$ ,  $s$  qui permettent de caractériser l'absorption sur le trajet d'un faisceau de direction quelconque.

## PREMIÈRE PARTIE

### Relations générales entre l'excitation et l'émission.

1. Introduction. — La polarisation des radiations émises par résonance optique des vapeurs métalliques dépend d'un grand nombre de paramètres : nature du métal, longueur d'onde de la radiation de résonance utilisée, pression et température de la vapeur, présence de gaz étrangers, existence de champs magnétiques ou électriques. Elle dépend également de la polarisation de la lumière excitatrice, de sa direction et de celle de la lumière observée. Moyennant quelques hypothèses on peut trouver théoriquement les lois suivant lesquelles ces derniers paramètres influent sur l'état de la polarisation en général partielle du faisceau étudié. Nous insisterons d'abord sur le choix qui a été fait des quantités qui permettent de définir l'état de polarisation d'un faisceau de lumière homogène.

Nous étudierons ensuite les relations qui existent entre les polarisations des faisceaux émis par une même source dans les diverses directions de l'espace et les quantités caractéristiques d'une telle émission. Ensuite nous chercherons l'influence sur cette émission de la polarisation de la lumière excitatrice et aussi de la direction de sa propagation. Les lois obtenues, n'introduisant qu'un nombre fini de constantes à déterminer, permettent, avec un nombre fini d'expériences, de connaître tous les résultats correspondant à un même état de la source antérieurement à l'excitation.

2. Quantités caractéristiques d'un faisceau de lumière partiellement polarisée. — On sait qu'un faisceau homogène de

lumière quelconque peut toujours être considéré comme constitué d'un mélange de lumière naturelle et de lumière elliptique. Son intensité et son état de polarisation pourront donc être définis par la connaissance de 4 quantités : intensité de la lumière naturelle, intensité de la lumière elliptique, azimut des axes de l'ellipse et ellipticité de celle-ci.

Stokes a montré qu'on pouvait utiliser 4 autres quantités. Nous allons montrer comment elles s'introduisent et en donner une interprétation. Nous emploierons par la suite 4 quantités liées linéairement à celles-ci.

**3. Introduction des quantités I, M, C, S.** — Nous supposons, pour l'instant, qu'une lumière partiellement polarisée est toujours, pendant une durée suffisamment courte, totalement polarisée, cette polarisation étant en général elliptique. Cette polarisation varie au cours du temps et nos observations ne portent que sur des moyennes.

Nous décomposerons l'unité de temps en un nombre assez grand  $N$  d'intervalles égaux. Pendant l'un quelconque de ces intervalles, la vibration du vecteur lumineux électrique sera purement elliptique. Après un choix d'axes rectangulaires  $Ox$ ,  $Oy$  perpendiculaires à la direction du faisceau, cette vibration sera représentée par les équations :

$$(1) \quad x_i = p_i \cos(\omega t + \alpha_i) \quad y_i = q_i \cos(\omega t + \beta_i).$$

$i$  étant un indice désignant l'intervalle considéré.

L'une des moyennes accessibles expérimentalement est l'intensité :

$$I = \frac{1}{N} \sum_1^N (p_i^2 + q_i^2).$$

Afin d'en obtenir d'autres nous transformerons, avant l'étude photométrique, l'ensemble des vibrations par des parcours optiques variés. Utilisons par exemple l'effet successif des passages suivants :

1° Traversée d'une lame cristalline mince d'épaisseur variable. Si l'axe lent de la lame est dirigé suivant  $Ox$  et si le retard est égal à  $\varphi$ , la vibration d'indice  $i$  deviendra :

$$(2) \quad x'_i = p_i \cos(\omega t + \alpha_i) \quad y'_i = q_i \cos(\omega t + \beta_i + \varphi).$$

2° Traversée d'un appareil genre nicol ne laissant passer que la composante suivant un axe privilégié  $Ox''$  faisant avec  $Ox$  l'angle  $\psi$  (positif dans le sens  $Ox, Oy$ ) :

$$(3) \quad x''_i = p_i \cos(\omega t + \alpha_i) \cos \psi + q_i \cos(\omega t + \beta_i + \varphi) \sin \psi.$$

L'intensité  $I''$  est donnée alors par la formule :

$$I'' = \frac{1}{N} \sum_1^N \left\{ p_i^2 \cos^2 \psi + q_i^2 \sin^2 \psi + 2p_i q_i \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot \cos(\beta_i - \alpha_i + \varphi) \right\}$$

$$(4) \quad I'' = \frac{1}{N} \sum_1^N \left\{ \frac{1}{2} (p_i^2 + q_i^2) + \frac{1}{2} (p_i^2 - q_i^2) \cos 2\psi \right. \\ \left. + p_i q_i \cos(\beta_i - \alpha_i) \sin 2\psi \cos \varphi \right. \\ \left. - p_i q_i \sin(\beta_i - \alpha_i) \sin 2\psi \sin \varphi \right\}.$$

Nous avons déjà posé :

$$I = \frac{1}{N} \sum_1^N (p_i^2 + q_i^2).$$

Nous poserons :

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} M = \frac{1}{N} \sum_1^N (p_i^2 - q_i^2) \end{array} \right.$$

$$C = \frac{2}{N} \sum_1^N p_i q_i \cos(\beta_i - \alpha_i); \quad S = \frac{2}{N} \sum_1^N p_i q_i \sin(\beta_i - \alpha_i).$$

Nous obtenons la formule :

$$(6) \quad 2I'' = I + M \cos 2\psi + C \sin 2\psi \cos \varphi - S \sin 2\psi \sin \varphi.$$

En faisant varier  $\psi$  et  $\varphi$  l'étude photométrique nous permet la connaissance des 4 quantités :

I, M, C, S.

Ce sont d'ailleurs celles que Stokes (1) a désignées dans l'ordre par :

A, C, D, B.

4. **Interprétation de ces quantités à l'aide de la sphère de Poincaré.** — Une interprétation géométrique très simple est possible à l'aide de la sphère de Poincaré. On sait qu'une vibration elliptique quelconque y est représentée par un point. Un grand cercle, appelé équateur, représente l'ensemble des vibrations linéaires, la vibration linéaire suivant  $Ox$  correspondant à un point X de l'équateur: Ce point X permet de définir un premier méridien. Une vibration elliptique quelconque est alors représentée par un point dont la demi-longitude est égale à l'angle du grand axe de l'ellipse avec l'axe  $Ox$  et dont la demi-latitude a pour tangente trigonométrique le rapport des axes de l'ellipse. A chaque intervalle de temps correspondra un vecteur  $V_i$  partant du centre de la sphère et dirigé vers le point représentatif de la vibration elliptique qui a lieu pendant cet intervalle. Nous lui donnerons une longueur égale à  $I_i = \frac{p_i^2 + q_i^2}{N}$ , c'est-à-dire à la contribution de cette vibration à l'intensité totale. La quantité I est la somme arithmétique de ces vecteurs. Rapportons la sphère à des axes rectangulaires OX, OY, OZ, le plan OX, OY étant le plan équatorial. Nous allons montrer que les quantités M, C, S sont respectivement sur ces axes les projections d'un vecteur V somme géométrique des vecteurs  $V_i$ .

(1) STOKES. *Philosophical Magazine*, 3, p. 316 (1852).

En effet  $\theta_i$  étant l'angle de  $V_i$  avec OX on sait que :

$$\operatorname{tg} \frac{\theta_i}{2} = \frac{p_i}{q_i}.$$

D'autre part, l'angle du plan  $V_i$ , OX avec le plan équatorial OX, OY est égal à  $\beta_i - \alpha_i$ .

Les projections du vecteur  $V_i$  sur les 3 axes sont donc :

$$M_i = I_i \cos \theta_i = I_i \frac{p_i^2 - q_i^2}{p_i^2 + q_i^2} = \frac{p_i^2 - q_i^2}{N}$$

$$C_i = I_i \sin \theta_i \cos (\beta_i - \alpha_i) = I_i \frac{2p_i q_i \cos (\beta_i - \alpha_i)}{p_i^2 + q_i^2} \\ = \frac{2p_i q_i \cos (\beta_i - \alpha_i)}{N}$$

$$S_i = I_i \sin \theta_i \sin (\beta_i - \alpha_i) = I_i \frac{2p_i q_i \sin (\alpha_i - \beta_i)}{p_i^2 + q_i^2} \\ = \frac{2p_i q_i \sin (\beta_i - \alpha_i)}{N}.$$

Et les sommations de ces quantités par rapport à  $i$  fournissent bien M, C, S.

$$M = \sum_1^N M_i \quad C = \sum_1^N C_i \quad S = \sum_1^N S_i$$

tandis que :

$$I = \sum_1^N I_i.$$

Pour les quantités élémentaires on a la relation :

$$(1) \quad I_i^2 = M_i^2 + C_i^2 + S_i^2,$$

qui se réduit dans le cas général à l'inégalité :

$$(2) \quad I^2 \geq M^2 + C^2 + S^2$$

l'égalité n'ayant lieu que si la vibration  $n$  se fait toujours suivant une ellipse semblable, c'est-à-dire quand la lumière est totalement polarisée.

5. Introduction des quantités  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$ . — Dans les calculs qui suivront, il sera plus commode d'utiliser d'autres quantités liées linéairement à celles-ci. Nous poserons :

$$\begin{aligned}\mu_i &= \frac{1}{N} p_i^2 & \nu_i &= \frac{1}{N} q_i^2 & \gamma_i &= \frac{1}{N} p_i q_i \cos(\beta_i - \alpha_i) \\ \sigma_i &= \frac{1}{N} p_i q_i \sin(\beta_i - \alpha_i).\end{aligned}$$

Les nouvelles quantités introduites seront :

$$\mu = \sum_1^N \mu_i \quad \nu = \sum_1^N \nu_i \quad \gamma = \sum_1^N \gamma_i \quad \sigma = \sum_1^N \sigma_i.$$

On voit que l'on a :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \mu = \frac{I+M}{2} & \nu = \frac{I-M}{2} \\ \gamma = \frac{C}{2} & \sigma = \frac{S}{2}. \end{array} \right.$$

6. Ces quantités définissent complètement la lumière au point de vue expérimental. — Nous allons montrer maintenant que ces quantités sont les seules que l'on peut déduire d'un examen photométrique semblable à celui que nous avons décrit, mais avec une plus grande complexité de trajet optique. Nous montrerons en effet que les quantités  $\mu'$ ,  $\nu'$ ,  $\gamma'$ ,  $\sigma'$  ou I'M'C'S' caractéristiques de la lumière après le parcours effectué s'expriment uniquement en fonction de celles  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  ou I, M, C, S caractérisant la lumière antérieurement au parcours. Il nous suffira de montrer pour cela que  $\mu'_i$ ,  $\nu'_i$ ,  $\gamma'_i$ ,  $\sigma'_i$  s'expriment linéairement en fonction de  $\mu_i$ ,  $\nu_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\sigma_i$ . Les mêmes relations avec les mêmes coefficients exprimeront  $\mu'$ ,  $\nu'$ ,  $\gamma'$ ,  $\sigma'$  en fonction de  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$ .

Dans le cas le plus général une vibration :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = p_i \cos \omega t \\ y = 0 \end{array} \right.$$

sera transformée à la sortie en :

$$(2) \quad \begin{cases} x' = a_1 p_i \cos(\omega t + \delta_1) \\ y' = a_2 p_i \cos(\omega t + \delta_2) \end{cases}$$

et une autre :

$$(3) \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = q_i \cos \omega t \end{cases}$$

sera transformée en :

$$(4) \quad \begin{cases} x' = a_3 q_i \cos(\omega t + \delta_3) \\ y' = a_4 q_i \cos(\omega t + \delta_4) \end{cases}$$

Par suite des interférences, la vibration générale :

$$(5) \quad \begin{cases} x = p_i \cos(\omega t + \alpha_i) \\ y = q_i \cos(\omega t + \beta_i) \end{cases}$$

deviendra :

$$\begin{cases} x' = a_1 p_i \cos(\omega t + \delta_1 + \alpha_i) + a_3 q_i \cos(\omega t + \delta_3 + \beta_i) \\ y' = a_2 p_i \cos(\omega t + \delta_2 + \alpha_i) + a_4 q_i \cos(\omega t + \delta_4 + \beta_i) \end{cases}$$

Ces équations pourront être mises sous la forme :

$$\begin{cases} x' = p_i' \cos(\omega t + \alpha_i') \\ y' = q_i' \cos(\omega t + \beta_i') \end{cases}$$

avec :

$$\begin{aligned} p_i' \cos \alpha_i' &= a_1 p_i \cos(\delta_1 + \alpha_i) + a_3 q_i \cos(\delta_3 + \beta_i) \\ p_i' \sin \alpha_i' &= a_1 p_i \sin(\delta_1 + \alpha_i) + a_3 q_i \sin(\delta_3 + \beta_i) \\ q_i' \cos \beta_i' &= a_2 p_i \cos(\delta_2 + \alpha_i) + a_4 q_i \cos(\delta_4 + \beta_i) \\ q_i' \sin \beta_i' &= a_2 p_i \sin(\delta_2 + \alpha_i) + a_4 q_i \sin(\delta_4 + \beta_i) \end{aligned}$$

Les calculs effectués permettent d'obtenir les résultats suivants :

$$\begin{aligned}
 \mu'_i &= \mu_i a_1^2 + \nu_i a_3^2 \\
 &\quad + \gamma_i 2a_1 a_3 \cos(\delta_3 - \delta_1) \\
 &\quad - \sigma_i 2a_1 a_3 \sin(\delta_3 - \delta_1) \\
 \nu'_i &= \mu_i a_2^2 + \nu_i a_4^2 \\
 &\quad + \gamma_i 2a_2 a_4 \cos(\delta_4 - \delta_2) \\
 &\quad - \sigma_i 2a_2 a_4 \sin(\delta_4 - \delta_2) \\
 \gamma'_i &= \mu_i a_1 a_2 \cos(\delta_2 - \delta_1) + \nu_i a_3 a_4 \cos(\delta_4 - \delta_3) \\
 &\quad + \gamma_i [a_2 a_3 \cos(\delta_3 - \delta_2) + a_1 a_4 \cos(\delta_4 - \delta_1)] \\
 &\quad - \sigma_i [a_2 a_3 \sin(\delta_3 - \delta_2) + a_1 a_4 \sin(\delta_4 - \delta_1)] \\
 \sigma'_i &= \mu_i a_1 a_2 \sin(\delta_2 - \delta_1) + \nu_i a_3 a_4 \sin(\delta_4 - \delta_3) \\
 &\quad + \gamma_i [a_1 a_4 \sin(\delta_4 - \delta_1) - a_2 a_3 \sin(\delta_3 - \delta_2)] \\
 &\quad - \sigma_i [a_1 a_4 \cos(\delta_4 - \delta_1) - a_2 a_3 \cos(\delta_3 - \delta_2)]
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

On en conclut que  $\mu'$ ,  $\nu'$ ,  $\gamma'$ ,  $\sigma'$  sont des fonctions linéaires et homogènes de  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  et de même  $I'$ ,  $M'$ ,  $C'$ ,  $S'$  sont des fonctions linéaires et homogènes de  $I$ ,  $M$ ,  $C$ ,  $S$ .

### 7. Remarque sur les transformations relatives aux $I, M, C, S$ .

— Il est facile d'étudier ces dernières relations grâce à la remarque suivante. Si la lumière à l'entrée est totalement polarisée,  $I^2 - M^2 - C^2 - S^2 = 0$ , mais alors elle est aussi totalement polarisée à la sortie et  $I'^2 - M'^2 - C'^2 - S'^2 = 0$ . Les transformations qui font passer des  $I, M, C, S$  aux  $I', M', C', S'$  possèdent l'invariant relatif  $I^2 - M^2 - C^2 - S^2 = 0$ . Il en résulte :

$$(1) \quad I'^2 - M'^2 - C'^2 - S'^2 = K^2(I^2 - M^2 - C^2 - S^2).$$

Cet ensemble de transformations à 7 paramètres (les 4 paramètres  $a$  et les 3 différences  $\delta$ ) peut être considéré comme formé par l'ensemble des rotations dans l'univers de Minkowski (6 paramètres) et d'une homothétie (1 paramètre). On

peut toujours ramener une quelconque de ces transformations à la succession des 3 transformations suivantes. La première et la troisième conservant I, mais faisant tourner M, C, S dans l'espace et l'autre étant une transformation de Lorentz, la vitesse de la lumière étant 1 et le choix de l'unité de longueur étant arbitraire dans les deux systèmes.

$$(2) \quad \begin{aligned} M' &= \frac{K}{\sqrt{1-v^2}} (M - vI) \\ C' &= KC \\ S' &= KS \\ I' &= \frac{K}{\sqrt{1-v^2}} (I - vM) \end{aligned}$$

$v$  et  $K$  ne peuvent être complètement arbitraires car la condition  $I' \leq I$  entraîne la condition  $K \sqrt{\frac{1+v}{1-v}} \leq 1$ . Le cas le plus intéressant est celui où  $v = 1$ , alors  $K = 0$  et la transformation dégénère. Dans ce cas, la vibration sortante est toujours totalement polarisée et si la vibration incidente est convenable il peut y avoir extinction. Cette extinction exige d'ailleurs une lumière incidente totalement polarisée. On peut dire qu'un parfait polarisateur est aussi un analyseur parfait.

**8. Faisceaux équivalents.** — Nous avons ainsi montré que deux faisceaux caractérisés par les mêmes valeurs des quantités  $\mu, \nu, \gamma, \sigma$  ou  $I, M, C, S$  présentent à l'analyse expérimentale qui ne peut saisir que des moyennes, une similitude complète. Ils sont dits équivalents (Stokes).

**9. Interférence de deux faisceaux sans cohérence. Additivité des  $\mu, \nu, \gamma, \sigma$ .** — Considérons maintenant l'effet de l'interférence de deux faisceaux polarisés l'un et l'autre d'une façon quelconque. L'unité de temps sera encore divisée en  $N$  intervalles, pendant chacun desquels la polarisation des lumières interférentes et résultante demeurera purement elliptique. Pour l'un des faisceaux, la vibration s'écrira :

$$\begin{cases} x_i = p_i \cos(\omega t + \alpha_i) \\ y_i = q_i \cos(\omega t + \beta_i) \end{cases}$$

pour l'autre :

$$\begin{cases} x'_i = p'_i \cos(\omega t + \alpha'_i) \\ y'_i = q'_i \cos(\omega t + \beta'_i) \end{cases}$$

et pour le faisceau résultant :

$$\begin{cases} x''_i = x_i + x'_i = p''_i \cos(\omega t + \alpha''_i) \\ y''_i = y_i + y'_i = q''_i \cos(\omega t + \beta''_i). \end{cases}$$

Un calcul simple nous donne pour ce faisceau :

$$(1) \begin{cases} \mu''_i = \frac{1}{N} \{ p_i^2 + p_i'^2 + 2p_i p'_i \cos(\alpha'_i - \alpha_i) \} \\ \nu''_i = \frac{1}{N} \{ q_i^2 + q_i'^2 + 2q_i q'_i \cos(\beta'_i - \beta_i) \} \\ \gamma''_i = \frac{1}{N} \{ p_i q_i \cos(\beta_i - \alpha_i) + p'_i q'_i \cos(\beta'_i - \alpha'_i) \\ \quad + q'_i p_i \cos(\alpha_i - \beta'_i) + q_i p'_i \cos(\alpha'_i - \beta_i) \} \\ \sigma''_i = \frac{1}{N} \{ p_i q_i \sin(\beta_i - \alpha_i) + p'_i q'_i \sin(\beta'_i - \alpha'_i) \\ \quad + q'_i p_i \sin(\beta'_i - \alpha_i) + q_i p'_i \sin(\beta_i - \alpha'_i) \} \end{cases}$$

On sommera par rapport à  $i$  pour avoir  $\mu''$ ,  $\nu''$ ,  $\gamma''$ ,  $\sigma''$ .

Si nous supposons maintenant que les faisceaux interférents ne présentent entre eux aucune cohérence toutes les quantités contenant une ligne trigonométrique d'une différence de deux phases appartenant à l'un et à l'autre faisceau fourniront une somme nulle.

On aura alors :

$$(2) \begin{cases} \mu'' = \mu + \mu' & \nu'' = \nu + \nu' \\ \gamma'' = \gamma + \gamma' & \sigma'' = \sigma + \sigma' \end{cases}$$

Ainsi la superposition de deux lumières sans cohérence conduit à l'addition des quantités  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  ou I, M, C, S, relatives aux faisceaux superposés.

10. Lumière totalement ou partiellement polarisée. Exemples. — Une vibration rectiligne suivant  $Ox$  est représentée par :

$$\left\{ \begin{array}{lll} M = I & C = 0 & S = 0 \\ \mu = I & \nu = 0 & \gamma = 0 \quad \sigma = 0. \end{array} \right.$$

Une vibration rectiligne faisant avec  $Ox$  l'angle  $\theta$  :

$$\left\{ \begin{array}{lll} M = I \cos 2\theta & C = I \sin 2\theta & S = 0 \\ \mu = I \cos^2 \theta; & \nu = I \sin^2 \theta; & \gamma = I \sin \theta \cdot \cos \theta; \quad \sigma = 0. \end{array} \right.$$

Une vibration rectiligne quelconque est caractérisée par :

$$S = 0 \quad \sigma = 0.$$

Une vibration circulaire est représentée par :

$$\left\{ \begin{array}{lll} M = 0 & C = 0 & S = \pm I \\ \mu = \frac{I}{2} & \nu = \frac{I}{2} & \gamma = 0 \quad \sigma = \pm \frac{I}{2} \end{array} \right.$$

Deux vibrations qui ne diffèrent que par le sens du parcours de l'ellipse ont les mêmes caractéristiques sauf que  $S$  et  $\sigma$  changent de signe.

Une symétrie par rapport à l'axe  $Ox$  ou  $Oy$  change les signes de  $\gamma$ ,  $C$ ,  $\sigma$ ,  $S$ .

La lumière naturelle est caractérisée par :

$$\left\{ \begin{array}{lll} M = C = S = 0 \\ \lambda = \mu = \frac{I}{2} & \gamma = 0 & \sigma = 0. \end{array} \right.$$

Dans le cas général une lumière de paramètre  $I$ ,  $M$ ,  $C$ ,  $S$  peut être considérée comme la somme d'une lumière purement elliptique de paramètres  $\sqrt{M^2 + C^2 + S^2}$ ,  $M$ ,  $C$ ,  $S$  et d'une lumière naturelle. Le taux de polarisation est le rap-

port entre l'intensité de la lumière elliptique et l'intensité de la lumière totale :

$$p = \frac{\sqrt{M^2 + C^2 + S^2}}{I} = \frac{\sqrt{(\mu - \nu)^2 + 4\gamma^2 + 4\sigma^2}}{\lambda + \mu}$$

Ainsi si  $\gamma = 0$   $\sigma = 0$ , la lumière se compose de lumière naturelle et de lumière linéairement polarisée suivant  $Ox$  ou  $Oy$  selon que  $\mu$  est supérieur ou inférieur à  $\nu$  et le taux de polarisation est :

$$p = \frac{|\lambda - \mu|}{\lambda + \mu}$$

Si  $\lambda = \mu$ ,  $\gamma = 0$ , la lumière ajoutée à la lumière naturelle est polarisée circulairement et le taux de polarisation est :

$$p = \frac{|\sigma|}{\lambda}$$

**11. Etude expérimentale de la polarisation d'un faisceau.** — Après un choix d'axes  $Ox$ ,  $Oy$ , il s'agit de mesurer les rapports des quantités  $I$ ,  $M$ ,  $C$ ,  $S$  ou  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$ .

Si la source initiale est d'intensité constante il suffira d'appliquer la méthode du paragraphe 3, c'est-à-dire faire des mesures d'intensité en donnant aux angles  $\varphi$  et  $\psi$  des couples différents de valeurs en nombre assez grand pour déterminer tous les coefficients  $I$ ,  $M$ ,  $C$ ,  $S$  de la formule :

$$2I'' = I + M \cos 2\psi + C \sin 2\psi \cos \varphi - S \sin 2\psi \sin \varphi.$$

Si la source est d'intensité variable sans régularité, il est commode d'opérer de la façon suivante. On remplacera le second appareil, genre nicol, par un biréfringent donnant deux faisceaux polarisés rectilignement à angle droit dont on mesurera le rapport des intensités.

Il suffira d'effectuer les 3 mesures suivantes :

1° On ne met pas de lame cristalline avant l'analyseur ( $\varphi = 0$ ) et on tourne l'analyseur de façon que les deux faisceaux sor-

tants soient polarisés l'un suivant  $Ox$  ( $\psi = 0$ ) et l'autre suivant  $Oy$  ( $\psi = \frac{\pi}{2}$ ). On mesurera  $r_1$  rapport de l'intensité du premier faisceau à celle du second. On a :

$$(1) \quad r_1 = \frac{I + M}{I - M} \quad \text{d'où} \quad \frac{M}{I} = \frac{r_1 - 1}{r_1 + 1}$$

2° On tourne le polariseur de l'angle  $+\frac{\pi}{4}$ . Le nouveau rapport mesuré  $r_2$  est donné par :

$$(2) \quad r_2 = \frac{I + C}{I - C} \quad \text{d'où} \quad \frac{C}{I} = \frac{r_2 - 1}{r_2 + 1}$$

3° On met une lame cristalline quart d'onde l'axe rapide suivant  $Ox$ , créant ainsi suivant  $Ox$  une avance de  $\frac{\pi}{2}$ . Alors  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ . On laisse l'analyseur comme précédemment. On a :

$$(3) \quad r_3 = \frac{I + S}{I - S} \quad \text{d'où} \quad \frac{S}{I} = \frac{r_3 - 1}{r_3 + 1}$$

On voit comment on peut ainsi déterminer expérimentalement les quantités :

$$\frac{M}{I} = \frac{\mu - \nu}{\mu + \nu} \quad \frac{C}{I} = \frac{2\nu}{\mu + \nu} \quad \frac{S}{I} = \frac{2\sigma}{\mu + \nu}$$

Il convient de donner un nom à ces quantités. Revenons à la représentation à l'aide de la sphère de Poincaré. Soit un type de vibration totalement polarisée caractérisé par un point P quelconque de la sphère et soit V la projection sur la direction définie par ce point P du vecteur M, C, S. Nous proposerons de définir par *taux de polarisation relativement à l'ellipse définie avec son sens de parcours par le point P* la quantité  $\frac{V}{I}$ . Nous voyons que V coïncide avec le vecteur, M, C, S si l'on a choisi pour P le point

défini précisément par  $M, C, S$  et la quantité  $\frac{V}{I}$  est bien ce qu'on désigne couramment par taux de polarisation  $p$  de la lumière étudiée. Avec la convention faite nous voyons que les quantités  $\frac{M}{I}, \frac{C}{I}, \frac{S}{I}$  sont respectivement les taux de polarisation relativement à  $Ox$ , relativement à la droite faisant avec  $Ox$  l'angle  $+\frac{\pi}{4}$  et relativement au cercle parcouru dans le sens positif.

On remarquera que entre les 3 taux de polarisation relative  $\frac{M}{I}, \frac{C}{I}, \frac{S}{I}$  et le taux  $p$  de polarisation vraie, il y a la relation :

$$(4) \quad p^2 = \left(\frac{M}{I}\right)^2 + \left(\frac{C}{I}\right)^2 + \left(\frac{S}{I}\right)^2.$$

Cette relation est valable avec 3 autres taux de polarisation relativement à 3 types de vibration définissant sur la sphère de Poincaré un trièdre trirectangle.

Remarquons enfin que nous donnons un signe à un taux de polarisation relative. Pour rétablir le signe  $+$  il suffit de remplacer l'ellipse de référence choisie par l'ellipse définie par le point diamétralement opposé de la sphère. C'est, on le sait, une ellipse semblable, parcourue en sens inverse et croisée  $\gamma$  (c'est-à-dire ayant tourné d'un angle droit par rapport à la première).

**12. Le tenseur  $f^{ij}$ .** — Les quantités  $\mu, \nu, \gamma, \sigma$  ne sont définies qu'après un choix d'axes rectangulaires  $Ox, Oy$ . Choisissons d'autres axes rectangulaires  $Ox'_1, Ox'_2$ , les premiers étant maintenant désignés par  $Ox_1, Ox_2$  et cherchons à exprimer les nouvelles quantités  $\mu', \nu', \gamma', \sigma'$  en fonction des anciennes  $\mu, \nu, \gamma, \sigma$ .

Désignons par  $\alpha_j^i$  les cosinus directeurs des nouveaux axes par rapport aux anciens, l'indice supérieur  $i$  étant relatif aux nouveaux axes, et l'indice inférieur  $j$  étant relatif aux anciens.

Les formules du paragraphe 6 nous donnent la solution du problème en faisant :

$$\begin{aligned} a_1 &= \alpha_1^1 & a_2 &= \alpha_1^2 & a_3 &= \alpha_2^1 & a_4 &= \alpha_2^2 \\ \delta_1 &= \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0. \end{aligned}$$

Nous obtenons :

$$(1) \quad \begin{cases} \mu' = (\alpha_1^1)^2 \mu + (\alpha_2^1)^2 \nu + 2\alpha_1^1 \alpha_2^1 \gamma \\ \nu' = (\alpha_1^2)^2 \mu + (\alpha_2^2)^2 \nu + 2\alpha_1^2 \alpha_2^2 \gamma \\ \gamma' = (\alpha_1^1 \alpha_1^2) \mu + \alpha_2^1 \alpha_2^2 \nu + (\alpha_1^2 \alpha_2^1 + \alpha_1^1 \alpha_2^2) \gamma \\ \sigma' = (\alpha_1^1 \alpha_2^2 - \alpha_1^2 \alpha_2^1) \sigma = \sigma \end{cases}$$

Nous voyons ainsi que  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$  se transforment comme les 3 composantes indépendantes d'un tenseur symétrique du second ordre à 2 dimensions :

$$\begin{vmatrix} \mu & \gamma \\ \gamma & \nu \end{vmatrix}$$

et  $\sigma$  est invariable comme les composantes indépendantes du tenseur symétrique gauche :

$$\begin{vmatrix} & 0 & \sigma \\ - & \sigma & 0 \end{vmatrix}$$

Par addition nous obtenons le tenseur :

$$\begin{vmatrix} \mu & \gamma + \sigma \\ \gamma - \sigma & \nu \end{vmatrix}$$

que nous pouvons désigner par  $f^{ij}$

$$\begin{vmatrix} f^{11} & f^{12} \\ f^{21} & f^{22} \end{vmatrix}$$

On a ainsi :

$$(2) \quad f^{ij} = \alpha_s^i \alpha_t^j f^{st}.$$

On voit que l'invariant  $f^{ii} = \mu + \nu$  représente l'intensité du faisceau.

On peut montrer directement la nature tensorielle des quantités  $f^{ij}$ .

Si l'une des vibrations élémentaires est représentée par :

$$x = p \cos(\omega t + \alpha) \quad y = q \cos(\omega t + \beta)$$

nous poserons :

$$\begin{aligned} c^1 &= p \cos \alpha & c^2 &= q \cos \beta \\ s^1 &= p \sin \alpha & s^2 &= q \sin \beta. \end{aligned}$$

Les quantités  $c^1, c^2$  et  $s^1, s^2$  sont évidemment des vecteurs, ils représentent la position aux instants  $0$  et  $-\frac{\pi}{2\omega}$  du mobile en mouvement vibratoire. Il en résulte que chacun des ensembles de produits :

$$c^i c^j, \quad s^i s^j, \quad c^i s^j, \quad s^i c^j$$

est un tenseur du second ordre, de même que les combinaisons particulières :

$$\begin{aligned} U^{ij} &= c^i c^j + s^i s^j \\ V^{ij} &= c^i s^j + s^i c^j. \end{aligned}$$

Or :

$$\begin{aligned} U^{11} &= p^2 & U^{12} &= pq \cos(\beta - \alpha) \\ U^{21} &= pq \cos(\beta - \alpha) & U^{22} &= q^2 \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned} V^{11} &= 0 & V^{12} &= pq \sin(\beta - \alpha) \\ V^{21} &= -pq \sin(\beta - \alpha) & V^{22} &= 0. \end{aligned}$$

En prenant les moyennes relatives à l'ensemble des vibrations élémentaires, on voit bien que les tableaux :

$$\begin{vmatrix} \mu & \gamma \\ \gamma & \nu \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{vmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{vmatrix}$$

sont bien des tenseurs de second ordre et que les quantités  $f^{ij}$  forment bien les composantes d'un tenseur du second ordre.

On voit d'ailleurs ainsi que les formules de chargement d'axes sont valables avec des axes obliques et que les composantes considérées sont des composantes contravariantes puisque les quantités  $c^i$  et  $s^i$  sont évidemment contravariantes.

### 13. Polarisation des divers faisceaux émis par une source.

— Nous allons maintenant étudier la polarisation et l'intensité des faisceaux émis dans toutes les directions par une source. Son émission pourra ou non être provoquée par un rayonnement extérieur. Nous ferons l'hypothèse suivante : à chaque instant la source vibre suivant une ellipse dans l'espace ; dans une direction quelconque la radiation émise vibre suivant une ellipse projection sur un plan perpendiculaire à la direction de propagation de l'ellipse de vibration de la source. Si on partage l'unité de temps en un nombre  $N$  assez grand d'intervalles égaux, pendant chacun des intervalles, le mouvement elliptique de la source peut être considéré comme stationnaire, mais il se modifie d'un intervalle à l'autre.

Si  $Ox_1, Ox_2, Ox_3$  sont 3 axes rectangulaires, le mouvement de la source dans l'intervalle  $i$  sera représenté par :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} (x_1)_i = p_i \cos(\omega t - \varphi_i) \\ (x_2)_i = q_i \cos(\omega t - \psi_i) \\ (x_3)_i = r_i \cos(\omega t - \chi_i). \end{array} \right.$$

Choisissons 2 axes rectangulaires  $OX, OY$  perpendiculaires à la direction de propagation du faisceau étudié. Ils pourront être définis par leurs cosinus directeurs  $a, b, c; a', b', c'$ .

Pendant l'intervalle  $i$  le mouvement elliptique propagé sera proportionnel à :

$$X_i = ax_{1i} + bx_{2i} + cx_{3i}$$

$$Y_i = a'x_{1i} + b'x_{2i} + c'x_{3i}$$

Les quantités caractéristiques de cette vibration sont alors :

$$(2) \left\{ \begin{aligned} \mu_i &= \frac{1}{N} \left\{ a^2 p_i^2 + b^2 q_i^2 + c^2 r_i^2 + 2abp_i q_i \cos(\psi_i - \varphi_i) \right. \\ &\quad \left. + 2acp_i r_i \cos(\varphi_i - \chi_i) + 2bcq_i r_i \cos(\chi_i - \psi_i) \right\} \\ \nu_i &= \frac{1}{N} \left\{ a'^2 p_i^2 + b'^2 q_i^2 + c'^2 r_i^2 + 2a'b'p_i q_i \cos(\psi_i - \varphi_i) \right. \\ &\quad \left. + 2a'c'p_i r_i \cos(\varphi_i - \chi_i) + 2b'c'q_i r_i \cos(\chi_i - \psi_i) \right\} \\ \gamma_i &= \frac{1}{N} \left\{ aa'p_i^2 + bb'q_i^2 + cc'r_i^2 \right. \\ &\quad \left. + (ab' + ba')p_i q_i \cos(\psi_i - \varphi_i) \right. \\ &\quad \left. + (ac' + ca')p_i r_i \cos(\varphi_i - \chi_i) \right. \\ &\quad \left. + (bc' + bc')p_i r_i \cos(\chi_i - \psi_i) \right\} \\ \sigma_i &= \frac{1}{N} \left\{ (ab' - ba')p_i q_i \sin(\psi_i - \varphi_i) \right. \\ &\quad \left. + (ac' - ca')p_i r_i \sin(\varphi_i - \chi_i) \right. \\ &\quad \left. + (bc' - cb')q_i r_i \sin(\chi_i - \psi_i) \right\} \end{aligned} \right.$$

Posons alors :

$$(3) \left\{ \begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{N} \sum_1^N p_i^2 & L_2 &= \frac{1}{N} \sum_1^N q_i^2 & L_3 &= \frac{1}{N} \sum_1^N r_i^2 \\ C_1 &= \frac{1}{N} \sum_1^N q_i r_i \cos(\chi_i - \varphi_i) & C_2 &= \frac{1}{N} \sum_1^N r_i p_i \cos(\varphi_i - \chi_i) \\ & & C_3 &= \frac{1}{N} \sum_1^N p_i q_i \cos(\psi_i - \varphi_i) \\ S_1 &= \frac{1}{N} \sum_1^N q_i r_i \sin(\chi_i - \psi_i) & S_2 &= \frac{1}{N} \sum_1^N r_i p_i \sin(\varphi_i - \chi_i) \\ & & S_3 &= \frac{1}{N} \sum_1^N p_i q_i \sin(\psi_i - \varphi_i) \end{aligned} \right.$$





Par addition nous obtenons le tenseur  $E^{ij}$  dont les composantes sont données par le tableau :

$$\begin{vmatrix} L_1 & C_3 + S_3 & C_2 - S_2 \\ C_3 - S_3 & L_2 & C_1 + S_1 \\ C_1 + S_2 & C_4 - S_4 & L_3 \end{vmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{vmatrix} E^{11} & E^{12} & E^{13} \\ E^{21} & E^{22} & E^{23} \\ E^{31} & E^{32} & E^{33} \end{vmatrix}$$

ou bien par les formules :

$$(2) \quad \begin{cases} E^{ii} = L_i \\ E^{ij} = C_k + S_k \\ E^{ji} = C_k - S_k \end{cases}$$

où  $i$  et  $j$  sont deux nombres consécutifs de la suite 1, 2, 3, 1 et  $k$  le nombre différent de  $i$  et de  $j$ .

Le tenseur  $E^{ij}$  se transforme suivant la formule :

$$(3) \quad E'^{ij} = \alpha_s^i \alpha_t^j E^{st}.$$

Il caractérise complètement l'émission considérée.

Considérons la quantité  $J = E^{ii} = L_1 + L_2 + L_3$ , c'est un invariant. Il représente l'intensité totale du rayonnement émis.

De même qu'au paragraphe 12 et par la même méthode nous pourrions montrer directement que les quantités  $E^{ij}$  sont des composantes tensorielles et que ces composantes sont d'ailleurs contravariantes. Les formules de transformation données sont donc valables en axes obliques.

**16. L'émission est provoquée par un rayonnement extérieur.**  
**Cas d'un seul faisceau excitateur.** — Nous allons nous occuper maintenant du cas où la source émet sous l'influence d'un rayonnement extérieur. Nous supposons d'abord que ce rayonnement est formé de faisceaux parallèles, ou, puisque la source est considérée comme très petite, d'un seul faisceau.

Les quantités  $L$ ,  $C$ ,  $S$  qui caractérisent alors l'émission de la source dépendent de la nature de la lumière incidente et *a priori* de toutes les particularités de ses vibrations. Mais si nous postulons qu'il est impossible de tirer des résultats expérimentaux autre chose que les moyennes  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  comme quantités caractéristiques de l'état de polarisation d'un faisceau lumineux, les quantités  $L$ ,  $C$ ,  $S$  caractérisant l'émission, seront des fonctions des seules quantités  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  caractérisant la lumière incidente. Faisons maintenant agir simultanément deux faisceaux incidents superposés, leurs vibrations ne présentant aucune cohérence. Les faisceaux émis dans une direction quelconque seront la superposition des faisceaux ne présentant aucune cohérence qui auraient été émis dans cette direction par l'un et l'autre faisceau excitateur incident. Nous savons que dans ce cas les  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  s'ajoutent entre eux ainsi que les  $L$ ,  $C$ ,  $S$  comme il est facile de s'en assurer en les considérant comme les  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  des faisceaux émis suivant les axes. Cette propriété exige alors comme l'on sait que les formules donnant chacune des 9 quantités  $L$ ,  $C$ ,  $S$  soient linéaires et homogènes par rapport aux 4 variables  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$ . Il y a donc, dans le cas général  $9 \times 4 = 36$  constantes caractéristiques du problème. Les symétries permettent d'ailleurs de réduire souvent ce nombre d'une façon très sensible. Nous ne traiterons cette réduction que dans le problème plus général ci-dessous.

**17. Le rayonnement excitateur est quelconque. Introduction des quantités  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$ .** — Jusqu'à présent la source étudiée n'était excitée que par un seul faisceau de direction fixe. l'intensité et la polarisation étant les seules variables. Nous allons chercher maintenant en outre l'influence d'une modification de la direction du faisceau excitateur. Cette modification de la direction présente en particulier de l'intérêt si la source est *a priori* anisotrope, c'est-à-dire anisotrope antérieurement à son excitation. C'est le cas s'il y a un champ

magnétique ou électrique ou les deux. Nous traiterons en même temps le cas où il y a plusieurs faisceaux excitateurs de directions diverses, par exemple un faisceau conique convergent vers la source. Nous postulerons les faits suivants :

1° Une vibration linéaire de la lumière excitatrice produit exactement le même effet quelle que soit la direction, perpendiculaire à la droite de vibration, de la propagation du faisceau incident. C'est essentiellement le vecteur électrique qui caractérise la vibration, le vecteur magnétique ne jouant aucun rôle. Dans le cas où la source est *a priori* isotrope, l'émission est symétrique par rapport à la direction de vibration de la lumière excitatrice.

Cette hypothèse est confirmée dans l'étude de la résonance du mercure (Wood et Ellett) <sup>(1)</sup> et a été introduite par divers auteurs (F. Perrin <sup>(2)</sup> fluorescence des solutions).

2° Deux vibrations linéaires provenant d'un seul ou de plusieurs faisceaux incidents de directions diverses se composent toujours à un instant donné en une vibration elliptique de plan invariable.

L'émission ne dépendra que des  $\mu, \nu, \gamma, \sigma$  portant sur cet ensemble de mouvements elliptiques et la direction perpendiculaire au plan de vibration.

3° Dans le cas général la vibration incidente est un mouvement elliptique dans l'espace, la forme, la grandeur et la position de l'ellipse variant au cours du temps. Nous pourrions définir des quantités moyennes  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$  de la même façon que nous avons défini les 9 quantités moyennes caractéristiques de l'émission. Ces 9 quantités moyennes  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$  caractérisent à elles seules l'excitation.

18. Les coefficients  $a_j^i$ . — Les 9 quantités  $L, C, S$  dépendront donc uniquement des 9 quantités  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$  et pour des

(1) WOOD et ELLETT, *Physical Review*, 24, p. 234 (1924).

(2) F. PERRIN, *Journal de Physique*, 7, p. 390 (1926).



sion soit aussi représentée par les mêmes quantités. On peut dire également qu'il faut que les  $a_i^j$  ne soient pas modifiés par un tel changement d'axes.

Montrons qu'il suffit qu'il en soit ainsi pour une rotation infiniment petite ( $d\theta$ ) aux quantités du second ordre près. Considérons en effet les 2 rotations voisines ( $\theta$ ) et ( $\theta + d\theta$ ). Les nouveaux  $a_i^j$  pour une rotation ( $\theta$ ) étant des fonctions linéaires et homogènes des anciens  $a_i^j$  les coefficients de ces formes linéaires ne dépendent que de  $\theta$ . Les  $a_i^j$  après la rotation ( $\theta + d\theta$ ) s'expriment en fonction des  $a_i^j$  après la rotation ( $d\theta$ ) rigoureusement de la même façon que les  $a_i^j$  après la rotation ( $\theta$ ) en fonction des  $a_i^j$  de la position initiale. Donc si les  $a_i^j$  après la rotation ( $d\theta$ ) ne diffèrent de ceux de la position initiale que de quantités du second ordre, les  $a_i^j$  après la rotation ( $\theta + d\theta$ ) ne différeront de ceux après la rotation ( $\theta$ ) que de quantités du second ordre. La dérivée de chacun des  $a_i^j$  par rapport à  $\theta$  est donc toujours nulle, et ces quantités sont invariables dans la transformation considérée.

Effectuons donc la rotation  $d\theta$  des axes autour de  $Ox_3$  les quantités  $L, C, S$  subissent les accroissements :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} dL_1 = -2C_3 d\theta \\ dL_2 = +2C_3 d\theta \\ dL_3 = 0 \\ dC_1 = C_2 d\theta \\ dC_2 = -C_1 d\theta \\ dC_3 = (L_1 - L_2) d\theta \\ dS_1 = -S_2 d\theta \\ dS_2 = +S_1 d\theta \\ dS_3 = 0 \end{array} \right.$$

Il est nécessaire que les  $a_i^j$  soient tels que les quantités  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$  subissent alors des accroissements analogues où  $L, C, S$  sont remplacés par  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$ .

On simplifie les calculs en écrivant d'abord la condition d'invariance des  $a_i^j$  pour une rotation de  $\pi$ . Les  $L$ ,  $C$ ,  $S$  et  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$  sont alors transformés suivant les formules :

$$(2) \quad \begin{cases} L'_1 = L_1 & L'_2 = L_2 & L'_3 = L_3 \\ C'_1 = -C_1 & C'_2 = -C_2 & C'_3 = C_3 \\ S'_1 = -S_1 & S'_2 = -S_2 & S'_3 = S_3 \end{cases}$$

On obtient les 40 équations suivantes :

$$(3) \quad \begin{cases} a_1^4 = a_1^5 = a_1^7 = a_1^8 = 0 \\ a_2^4 = a_2^5 = a_2^7 = a_2^8 = 0 \\ a_3^4 = a_3^5 = a_3^7 = a_3^8 = 0 \\ a_4^1 = a_4^2 = a_4^3 = a_4^6 = a_4^9 = 0 \\ a_5^1 = a_5^2 = a_5^3 = a_5^6 = a_5^9 = 0 \\ a_6^4 = a_6^5 = a_6^7 = a_6^8 = 0 \\ a_7^1 = a_7^2 = a_7^3 = a_7^6 = a_7^9 = 0 \\ a_8^1 = a_8^2 = a_8^3 = a_8^6 = a_8^9 = 0 \\ a_9^4 = a_9^5 = a_9^7 = a_9^8 = 0 \end{cases}$$

En appliquant enfin la condition d'invariance pour une rotation ( $d\theta$ ), il ne reste plus que 19 coefficients indépendants. Les formules sont les suivantes :

$$(4) \quad \begin{cases} L_1 = a_1^1 \mathcal{L}_1 + (a_1^4 - a_1^6) \mathcal{L}_2 + a_1^3 \mathcal{L}_3 + a_1^6 \mathcal{C}_3 + a_1^9 \mathcal{S}_3 \\ L_2 = (a_1^4 - a_1^6) \mathcal{L}_1 + a_1^1 \mathcal{L}_2 + a_1^3 \mathcal{L}_3 - a_1^6 \mathcal{C}_3 + a_1^9 \mathcal{S}_3 \\ L_3 = a_1^1 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + a_1^3 \mathcal{L}_3 + a_1^9 \mathcal{S}_3 \\ C_1 = a_4^1 \mathcal{C}_1 + a_4^5 \mathcal{C}_2 + a_4^7 \mathcal{S}_1 + a_4^8 \mathcal{S}_2 \\ C_2 = -a_4^5 \mathcal{C}_1 + a_4^1 \mathcal{C}_2 + a_4^8 \mathcal{S}_1 - a_4^7 \mathcal{S}_2 \\ C_3 = \frac{1}{2} a_1^6 (\mathcal{L}_2 - \mathcal{L}_1) + a_6^6 \mathcal{C}_3 \\ S_1 = a_7^1 \mathcal{C}_1 + a_7^5 \mathcal{C}_2 + a_7^7 \mathcal{S}_1 + a_7^8 \mathcal{S}_2 \\ S_2 = a_7^5 \mathcal{C}_1 - a_7^1 \mathcal{C}_2 - a_7^8 \mathcal{S}_1 + a_7^7 \mathcal{S}_2 \\ S_3 = a_9^1 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + a_9^3 \mathcal{L}_3 + a_9^9 \mathcal{S}_3 \end{cases}$$

Remarquons que la symétrie par rapport au plan  $Ox_1, Ox_2$  qui fait partie de la symétrie du champ magnétique est simultanément vérifiée du fait même de la symétrie centrale de l'ensemble des quantités considérées.

**20. Symétrie du champ électrique.** — Considérons le cas où la symétrie est celle d'un champ électrique. Supposons-le dirigé suivant  $Ox_3$ . A la condition de symétrie du paragraphe précédent, s'ajoute la condition suivante. Un plan passant par l'axe d'un tel champ étant pour lui plan de symétrie, il faut que des excitations symétriques par rapport à  $Ox_1, Ox_3$  provoquent des émissions symétriques par rapport à ce même plan. Il faut donc que  $C_2, C_3, S_2, S_3$  changent de signe avec  $c_2, c_3, s_2, s_3$  les autres quantités demeurant inaltérées. On en conclut que :

$$a_1^6 = a_1^9 = 0$$

$$a_3^9 = 0 \quad a_4^5 = a_4^8 = 0 \quad a_7^5 = a_7^8 = 0 \quad a_9^1 = a_9^3 = 0.$$

Les formules deviennent :

$$1) \quad \left\{ \begin{array}{l} L_1 = a_1^4 \mathcal{L}_1 + (a_1^1 - a_6^6) \mathcal{L}_2 + a_1^3 \mathcal{L}_3 \\ L_2 = (a_1^1 - a_6^6) \mathcal{L}_1 + a_1^4 \mathcal{L}_2 + a_1^3 \mathcal{L}_3 \\ L_3 = a_1^1 (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) + a_3^3 \mathcal{L}_3 \\ C_1 = a_4^4 c_1 + a_4^7 s_1 \\ C_2 = a_4^4 c_2 - a_4^7 s_2 \\ C_3 = a_6^6 c_3 \\ S_1 = a_4^4 c_1 + a_7^7 s_1 \\ S_2 = -a_4^4 c_2 + a_7^7 s_2 \\ S_3 = a_9^9 s_3 \end{array} \right.$$

Elles ne contiennent plus que 10 constantes. Les expériences de Hanle <sup>(1)</sup> sur le mercure montrent en particulier que  $a^4 \neq 0$ .

(1) HANLE. *Zeitschrift für Physik*, 35, p. 346 (1926).

21. **Isotropie.** — Considérons le cas où rien ne vient troubler l'isotropie du milieu source antérieurement à l'excitation. Les axes  $Ox_1, Ox_2, Ox_3$  doivent pouvoir jouer le même rôle. Les formules deviennent :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} L_1 = a_1^i \mathcal{L}_1 + (a_1^i - a_6^6) (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3) \\ L_2 = a_1^i \mathcal{L}_2 + (a_1^i - a_6^6) (\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_1) \\ L_3 = a_1^i \mathcal{L}_3 + (a_1^i - a_6^6) (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2) \\ C_1 = a_6^6 \mathcal{C}_1 \\ C_2 = a_6^6 \mathcal{C}_2 \\ C_3 = a_6^6 \mathcal{C}_3 \\ S_1 = a_9^9 \mathcal{S}_1 \\ S_2 = a_9^9 \mathcal{S}_2 \\ S_3 = a_9^9 \mathcal{S}_3 \end{array} \right.$$

Ainsi il ne s'introduit plus que trois constantes.

22. **Le tenseur  $A_{ij}^{st}$ .** — Par un changement d'axes de coordonnées les  $a_i^j$  ne se transforment pas comme les composantes d'un tenseur. Pour en obtenir un, nous n'avons qu'à considérer qu'aux quantités  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$  caractéristiques de l'excitation on peut faire correspondre un tenseur  $\mathcal{E}^{ij}$  de la même façon qu'on a fait correspondre  $E^{ij}$  aux quantités  $L, C, S$ . Chaque composante de  $E^{ij}$  est une forme linéaire des quantités  $\mathcal{E}^{ij}$  et les coefficients de ces formes constituent un tenseur.

$$(1) \quad E^{st} = A_{ij}^{st} \mathcal{E}^{ij}.$$

Avec de nouveaux axes ayant par rapport aux anciens des cosinus directeurs  $\alpha_j^i$  ( $i$ , nouveaux axes ;  $j$ , anciens) les quantités considérées deviennent :

$$E'^{kl} = \alpha_i^k \alpha_j^l E^{ij}$$

$$E'^{kl} = \alpha_i^k \alpha_j^l E^{ij}$$

$$(2) \quad A'^{st}_{kl} = \alpha_u^s \alpha_v^t \alpha_i^k \alpha_j^l A^{uv}_{ij}$$

Il est évident que les  $a$  sont des fonctions linéaires et homogènes des  $A$  et inversement. Voici les formules qui permettent de faire aisément la transformation.

$$A^{ss}_{ii} = a_s^i$$

$$A^{ss}_{ij} + A^{ss}_{ji} = a_s^{k+3}$$

$$A^{ss}_{ij} - A^{ss}_{ji} = a_s^{k+6}$$

$$A^{st}_{ii} = a_{u+3}^i + a_{u+6}^i$$

$$A^{ts}_{ii} = a_{u+3}^i - a_{u+6}^i$$

(3)

$$A^{st}_{ij} + A^{st}_{ji} = a_{u+3}^{k+3} + a_{u+6}^{k+3} \quad A^{ts}_{ij} + A^{ts}_{ji} = a_{u+3}^{k+3} - a_{u+6}^{k+3}$$

$$A^{st}_{ij} - A^{st}_{ji} = a_{u+3}^{k+6} + a_{u+6}^{k+6} \quad A^{ts}_{ij} - A^{ts}_{ji} = a_{u+3}^{k+6} - a_{u+6}^{k+6}$$

Dans ces formules les lettres doublées n'étant pas muettes, il n'y a pas de sommation à effectuer. Les groupes  $(st)$  et  $(ij)$  doivent être pris dans l'ordre  $(1231)$ ,  $u$  et  $k$  étant respectivement le troisième nombre non employé.

23. Les 3 invariants du tenseur  $A'^{st}_{ij}$ . — Par une double contraction des 4 indices nous obtenons les 3 invariants distincts suivants :

$$(1) \quad P = A^{ss}_{ii} \quad Q = A^{si}_{si} \quad R = A^{is}_{si}$$

Exprimons-les en fonction des  $a$ .

Grâce aux formules précédentes nous obtenons :

$$(2) \quad \begin{aligned} P &= A^{ss}_{ii} = \sum_{is} a_s^i \\ Q &= A^{si}_{si} = \sum_i a_i^i + \sum_k (a_{k+3}^{k+3} + a_{k+6}^{k+6}) \\ R &= A^{is}_{st} = \sum_i a_i^i + \sum_k (a_{k+3}^{k+3} - a_{k+6}^{k+6}) \end{aligned}$$

Nous allons obtenir une interprétation physique de ces quantités.

24. Distribution isotrope d'éléments anisotropes. — Chaque élément anisotrope sera défini par le même tenseur  $A_{ij}^{st}$ , mais rapporté à des axes de coordonnées distribués d'une manière isotrope autour de leur origine. Pour avoir le tenseur caractéristique du milieu résultant, il nous faudra faire la somme des tenseurs  $A_{ij}^{st}$  rapportés à un même système d'axes, c'est-à-dire la somme des quantités :

$$A_{ij}^{st} = \alpha_u^s \alpha_v^t \alpha_k^i \alpha_e^j A_{kl}^{uv}$$

Si  $A_{ij}^{st}$  ne se rapporte pas à un élément unique, mais à l'ensemble des éléments rendus parallèles, il nous faudra faire non pas la somme, mais la moyenne de chacune des quantités :

$$\alpha_s^u \alpha_v^t \alpha_k^i \alpha_e^j$$

Leur nombre est considérable :  $3^8 = 3761$ .

Fort heureusement, beaucoup d'entre eux sont nuls et les autres se réduisent à un nombre restreint de types. Quoique les calculs directs ne présentent aucune difficulté, nous utiliserons une méthode plus rapide.

Remarquons d'abord que le milieu résultant étant isotrope nous n'avons à calculer que les 3 coefficients caractéristiques  $a_1^i$ ,  $a_6^6$ ,  $a_9^9$ . Or ces coefficients peuvent s'exprimer facilement en fonction des invariants PQR du tenseur caractéristique du milieu résultant. En effet les formules données au paragraphe précédent nous donnent :

$$(1) \quad \begin{cases} P = 9a_1^i - 6a_6^6 \\ Q = 3a_1^i + 3a_6^6 + 3a_9^9 \\ R = 3a_1^i + 3a_6^6 - 3a_9^9 \end{cases}$$

d'où :

$$(2) \quad \begin{cases} a_1^1 = \frac{1}{15} (P + Q + R) \\ a_6^6 = -\frac{1}{15} P + \frac{1}{10} (Q + R) \\ a_9^9 = \frac{1}{6} (Q - R) \end{cases}$$

mais les quantités PQR du milieu résultant sont les moyennes des PQR de chaque élément anisotrope. Ces derniers étant invariables, P, Q, R sont les 3 invariants du tenseur caractéristique de chaque élément anisotrope.

**25. Application. Oscillateurs linéaires, circulaires, elliptiques.** — Dans l'étude de la polarisation des solutions fluorescentes, on a utilisé l'hypothèse d'oscillateurs linéaires distribués isotropement.

L'élément anisotrope peut être caractérisé par

$$a_i^j = 0 \quad \text{sauf} \quad a_1^1 = 1 \\ P = Q = R = 1.$$

Pour le milieu résultant on a :

$$(1) \quad a_1^1 = \frac{1}{5} \quad a_6^6 = \frac{2}{15} \quad a_9^9 = 0.$$

Pour obtenir un oscillateur circulaire de type défini par :

$$a_1^1 = a_1^2 = a_2^1 = a_2^2 = a_9^1 = a_9^2 = 1 \\ a_1^9 = a_2^9 = a_9^9 = 2$$

les autres :  $a_i^j = 0.$

On a :

$$P = 4 \quad Q = 4 \quad R = 0.$$

On obtient pour le milieu résultant :

$$(2) \quad a_1^1 = \frac{8}{15} \quad a_6^6 = \frac{2}{15} \quad a_9^9 = \frac{10}{15}.$$

Pour un oscillateur elliptique de type défini par :

$$\begin{aligned}
 a_1^1 &= 1 & a_1^2 &= (1 - \varepsilon^2) & a_1^3 &= 2\sqrt{1 - \varepsilon^2} \\
 a_2^1 &= (1 - \varepsilon^2) & a_2^2 &= (1 - \varepsilon^2)^2 & a_2^3 &= 2(1 - \varepsilon^2)\sqrt{1 - \varepsilon^2} \\
 a_3^1 &= \sqrt{1 - \varepsilon^2} & a_3^2 &= (1 - \varepsilon^2)\sqrt{1 - \varepsilon^2} & a_3^3 &= 2(1 - \varepsilon^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P &= 4 - 4\varepsilon^2 + \varepsilon^4 \\
 Q &= 4 - 4\varepsilon^2 + \varepsilon^4 \\
 R &= \varepsilon^4.
 \end{aligned}$$

On obtient pour le milieu résultant :

$$\begin{aligned}
 (3) \quad a_1^1 &= \frac{1}{15} [8 - 8\varepsilon^2 + 3\varepsilon^4] \\
 a_6^6 &= \frac{1}{15} [2 - 2\varepsilon^2 + 2\varepsilon^4] \\
 a_9^9 &= \frac{10}{15} [1 - \varepsilon^2]
 \end{aligned}$$

26. Mesure expérimentale des coefficients  $a_1^1$ ,  $a_6^6$ ,  $a_9^9$  dans le cas d'isotropie. — En ce qui concerne la polarisation, c'est plutôt leurs rapports qui présentent de l'intérêt. Nous poserons

$\frac{a_6^6}{a_1^1} = b$ ,  $\frac{a_9^9}{a_1^1} = c$ . Indiquons comment on peut les déterminer expérimentalement.

Eclairons en lumière parallèle suivant  $Ox_3$  par exemple. Si la lumière est polarisée rectilignement suivant  $Ox_1$  on a :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_1 &= 1 & \mathcal{L}_2 &= 0 & \mathcal{L}_3 &= 0 \\
 \mathcal{C} &= \mathcal{S} = 0.
 \end{aligned}$$

On observe suivant  $Ox_2$ , les axes de référence étant  $Ox_1, Ox_3$ . Le taux de polarisation observé  $p$  est donné par :

$$(1) \quad p = \frac{L_1 - L_3}{L_1 + L_3} = \frac{a_6^6}{2a_1^1 - a_6^6} = \frac{b}{2 - b}$$

d'où :

$$(2) \quad b = \frac{2p}{1 + p}$$

(Expériences de Wood, Datta <sup>(1)</sup>, Keussler <sup>(2)</sup> sur la vapeur de mercure et de sodium).

On peut également éclairer par de la lumière naturelle.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = 1 & \quad \mathcal{L}_2 = 1 & \quad \mathcal{L}_3 = 0 \\ \mathcal{C} = \mathcal{S} = 0. \end{aligned}$$

On observe de la même façon. La polarisation observée  $p_0$  est donnée par :

$$(3) \quad p_0 = \frac{L_1 - L_3}{L_1 + L_3} = \frac{a_6^6}{4a_1^6 - 3a_6^6} = \frac{b}{4 - 3b}$$

d'où :

$$(4) \quad b = \frac{4p_0}{1 + 3p_0}.$$

(Expériences sur la vapeur de cadmium) <sup>(3)</sup>.

On en déduit :

$$(5) \quad \frac{1}{p_0} = \frac{2}{p} - 1 \quad (\text{Wawilow et Lewschin}) \text{ (4)}.$$

Pour obtenir  $c = \frac{a_9^9}{a_1^9}$  il faut éclairer avec une lumière au

moins partiellement elliptique, par exemple circulaire. Il faut observer dans une direction différente du plan de la vibration, par exemple suivant la direction du faisceau excitateur (Expériences de Hanle sur le mercure et le sodium) <sup>(5)</sup>.

Ainsi :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = 1 & \quad \mathcal{L}_2 = 1 & \quad \mathcal{L}_3 = 0 \\ \mathcal{C} = 0 & \quad \mathcal{S}_1 = \mathcal{S}_2 = 0 & \quad \mathcal{S}_3 = 1 \end{aligned}$$

(1) DATTA, *Zeitschrift für Physik*, 37, p. 625 (1926).

(2) KEUSSLER, *Annalen der Physik*, 82, p. 793 (1927).

(3) *C. R.*, 186, p. 212, 1928.

(4) WAWILOW et LEWSCHIN, *Zeitschrift für Physik*, 16, p. 135, (1923).

(5) HANLE, *Zeitschrift für Physik*, 41, p. 164 (1927).

On observe suivant  $Ox_3$  :

$$(6) \quad p_1 = \frac{S_3}{L_1} = \frac{a_3^9}{2a_1^1 - a_6^6} = \frac{c}{2-b}$$

d'où  $c$  dès que l'on connaît  $b$ .

On pourrait d'ailleurs avoir  $\hat{b}$  dans les mêmes conditions d'éclairement par une observation suivant  $Ox_2$  par exemple. On aurait :

$$(7) \quad p_0 = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_3} = \frac{b}{4 - 3b}.$$

Donnons ici quelques exemples. Dans la résonance des raies du type ( $1^4S_0 - 2^3P_1$ ) où  $j$  passe à l'émission de la valeur 1 à la valeur 0, on devrait avoir théoriquement :

$$p = 1 \text{ (100 0/0)} \quad p_1 = 1,$$

d'où :

$$b = 1 \quad c = 1.$$

Pour la raie ( $1^2S_{\frac{1}{2}} - 2^2P_{\frac{1}{2}}$ ) où  $j$  conserve la valeur  $\frac{1}{2}$ , raie D, du sodium ou ( $2^2P_{\frac{1}{2}} - 2^2S_{\frac{1}{2}}$ ) raie  $\lambda = 3776$  du thallium, on doit avoir :

$$\begin{aligned} p &= 0 & p_1 &= 1 \\ b &= 0 & c &= 2 \end{aligned}$$

Pour la raie ( $1^2S_{\frac{1}{2}} - 2^2P_{\frac{3}{2}}$ ), passage de  $j = \frac{3}{2}$  à  $j = \frac{1}{2}$ , raie  $D_2$  du sodium ou ( $2^2P_{\frac{1}{2}} - 3^2D_{\frac{3}{2}}$ ) raie  $\lambda = 2768$  du thallium, on prévoit :

$$\begin{aligned} p &= \frac{6}{10} & p_1 &= 1 \\ b &= \frac{3}{4} & c &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Inversement dans le cas d'un assemblage isotrope de vibreurs elliptiques on a vu que :

$$a_1^1 = \frac{1}{15} [8 - 8\varepsilon^2 + 3\varepsilon^4]$$

$$a_6^6 = \frac{1}{15} [2 - 2\varepsilon^2 + 2\varepsilon^4]$$

d'où :

$$b = \frac{2 - 2\varepsilon^2 + 2\varepsilon^4}{8 - 8\varepsilon^2 + 3\varepsilon^4}$$

la valeur prévue pour  $p$  est donc :

$$p = \frac{2 - 2\varepsilon^2 + 2\varepsilon^4}{2(8 - 8\varepsilon^2 + 3\varepsilon^4) - (2 - 2\varepsilon^2 + 2\varepsilon^4)} = \frac{1 - \varepsilon^2 + \varepsilon^4}{7(1 - \varepsilon^2) + 2\varepsilon^4} \text{ (F. Perrin) }^{(1)}.$$

27. Remarque sur la prévision théorique des coefficients  $a_1^1$ ,  $a_6^6$ ,  $a_9^9$ . — Nous voyons ainsi qu'au point de vue expérimental, l'étude du cas de l'excitation par lumière circulaire est suffisant pour déterminer les rapports  $b$  et  $c$  et par suite permet de prévoir les résultats dans tous les autres cas d'éclairissement. Au point de vue théorique il en sera de même. Et la prévision théorique de la polarisation de la lumière émise à la suite d'une excitation par une lumière quelconque découle de la prévision pour le cas où la lumière excitatrice est polarisée circulairement. Ainsi dans le cas de la résonance des vapeurs métalliques, Heisenberg <sup>(2)</sup> a indiqué la possibilité de calculer la polarisation dans deux cas : celui où l'excitation est linéaire (on considère un champ magnétique évanescent dirigé suivant la vibration électrique) et celui où l'excitation est circulaire (champ évanescent perpendiculaire au plan de la vibration). Le résultat dans le premier cas est une conséquence du résultat dans le second, à condition de ne pas négliger la composante émise perpendiculairement au plan de la vibration circulaire.

<sup>(1)</sup> F. PERRIN, *loc. cit.*

<sup>(2)</sup> HEISENBERG, *Zeitschrift für Physik*, 31, p. 617 (1926).

Voici le calcul dans le cas de l'émission de la raie verte  $\lambda = 5350$  du thallium ( $2^2P_{\frac{3}{2}} - 2^2S_{\frac{1}{2}}$ ). Ce n'est pas une raie de résonance car l'état  $2^2P_{\frac{3}{2}}$  n'est pas un état normal de l'atome. On l'obtient par excitation à l'aide de la radiation de longueur d'onde  $\lambda = 3776$  ( $2^2P_{\frac{1}{2}} - 2^2S_{\frac{1}{2}}$ ) qui permet d'arriver à l'état excité  $2^2S_{\frac{1}{2}}$ . L'émission peut se faire alors soit en revenant à l'état initial  $2^2P_{\frac{1}{2}}$  et la longueur d'onde est  $\lambda = 3776$ , soit en revenant à l'état métastable  $2^2P_{\frac{3}{2}}$  et la longueur d'onde est  $\lambda = 5350$ . C'est ce cas qui nous intéresse. Nous exciterons en lumière circulaire. Le champ magnétique d'Heisenberg est alors dirigé suivant le faisceau exciteur  $Ox_3$ . Supposons que le sens de la vibration de la lumière circulaire soit de  $Ox_1$  à  $Ox_2$  et que le sens du champ magnétique soit choisi de sorte que l'absorption de la lumière excitatrice entraîne l'augmentation du nombre quantique  $m$  d'une unité. L'état initial possédant les deux valeurs de  $m - \frac{1}{2}$  et  $\frac{1}{2}$ , ainsi que l'état final, l'excitation par  $\lambda = 3776$  ne peut conduire qu'à la valeur de  $m = \frac{1}{2}$ . Il n'y a donc qu'un seul état excité défini par  $j = \frac{1}{2}$ ,  $m = \frac{1}{2}$ . L'émission de  $\lambda = 5350$  peut alors se faire de trois façons :

1<sup>o</sup> Passage à l'état final  $j = \frac{3}{2}$ ,  $m = -\frac{1}{2}$  avec émission de lumière circulaire vibrant dans le même sens que la lumière excitatrice.

2<sup>o</sup> Passage à l'état final  $j = \frac{3}{2}$ ,  $m = \frac{1}{2}$  avec émission de lumière rectiligne suivant  $Ox_3$ .

3<sup>o</sup> Passage à l'état final  $j = \frac{3}{2}$ ,  $m = \frac{3}{2}$  avec émission de lumière circulaire en sens inverse de la lumière excitatrice.

Nous obtenons les intensités relatives par application des formules de l'effet Zeeman <sup>(1)</sup> :

$$(1) \quad \begin{cases} I(j, m, j+1, m-1) = (j-m+2)(j-m+1) \\ I(j, m, j+1, m) = 2[(j+1)^2 - m^2] \\ I(j, m, j+1, m+1) = (j+m+2)(j+m+1) \end{cases}$$

Ici  $j = m = \frac{1}{2}$ . Les intensités relatives sont alors :

$$1, 2, 3.$$

On a à faire la somme :

$$\begin{array}{rcc} L_1 = 1 & L_2 = 1 & L_3 = 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 3 & 3 & 0 \\ C_1 = C_2 = C_3 = S_1 = S_2 = 0 & & S_3 = 1 \\ & & 0 \\ & & -3 \end{array}$$

La lumière effectivement émise est donc caractérisée par :

$$(1) \quad \begin{array}{rcc} L_1 = 4 & L_2 = 4 & L_3 = 4 \\ C_1 = C_2 = C_3 = S_1 = S_2 = 0 & & S_3 = -2 \end{array}$$

On en tire :

$$p_0 = 0 \quad p_1 = -\frac{1}{2}$$

d'où :

$$b = 0 \quad c = -1.$$

Nous nous trouvons ici en présence du cas remarquable suivant : la lumière émise par une excitation circulaire est polarisée partiellement suivant une vibration circulaire *en sens inverse* de la vibration excitatrice.

On verrait de même que l'émission de la raie  $\lambda = 3529$

<sup>(1)</sup> GOUDSMITH et KRONIG, *Naturwissenschaften*, 13, p. 90 (1925); KRONIG, *Zeitschrift für Physik*, 31, p. 885 (1925); HENL, *Zeitschrift für Physik*, 31, p. 340 (1925).

$\left(2 \frac{{}^2P_3}{2} - 2 \frac{{}^2D_3}{2}\right)$  du thallium lors d'une excitation avec la raie  $\lambda = 2768$  conduit aux polarisations :

$$p_0 = -\frac{3}{11} \quad \text{et} \quad p_1 = \frac{5}{8}$$

d'où :

$$b = -6 \quad \text{et} \quad c = 5.$$

Lors d'une excitation par de la lumière circulaire, la lumière polarisée émise est partiellement polarisée suivant une vibration circulaire de même sens que la lumière excitatrice, mais lors d'une excitation rectiligne et d'une observation dans une direction perpendiculaire, la lumière est polarisée rectilignement dans le sens *perpendiculaire* à la vibration excitatrice.

**28. Somme algébrique de vibrations.** — Tout ceci résulte au fond d'un fait plus général. Considérons une source qui, soumise à une excitation définie par  $\mathcal{L}^1, \mathcal{C}^1, \mathcal{S}^1$ , effectue une émission définie par  $L^1, C^1, S^1$  et qui, soumise à une excitation  $\mathcal{L}^2, \mathcal{C}^2, \mathcal{S}^2$ , effectue une émission  $L^2, C^2, S^2$ . Supposons que l'ensemble des quantités  $\mathcal{L}^1 - \mathcal{L}^2, \mathcal{C}^1 - \mathcal{C}^2, \mathcal{S}^1 - \mathcal{S}^2$  puisse correspondre à une excitation réelle, ce qui n'est pas nécessairement vrai, l'émission obtenue serait caractérisée par  $L^1 - L^2, C^1 - C^2, S^1 - S^2$ . Nous pouvons ainsi parler, au moins dans certains cas, à côté de l'addition de vibrations sans cohérence, également de leur soustraction. Cette notion va nous permettre, alors qu'il est impossible par exemple de considérer une vibration de forme invariable dans l'espace comme le résultat de l'addition de deux ou plusieurs vibrations de formes différentes, de décomposer une vibration ou un ensemble quelconque de vibrations en une somme algébrique de vibrations de forme et de position imposées *a priori*.

Par exemple une vibration rectiligne suivant  $Ox_3$  caractérisée par  $L_1 = L_2 = 0, L_3 = 1, C = S = 0$  peut être consi-

dérée comme la somme algébrique de 3 systèmes de vibrations, correspondant à de la lumière naturelle, définis par les caractéristiques :

$$\begin{array}{llll}
 (1) & L_1 = \frac{1}{2} & L_3 = \frac{1}{2} & L_2 = 0 \quad C = S = 0 \\
 & L_2 = \frac{1}{2} & L_3 = \frac{1}{2} & L_1 = 0 \quad C = S = 0 \\
 \text{et :} & L_1 = \frac{1}{2} & L_2 = \frac{1}{2} & L_3 = 0 \quad C = S = 0
 \end{array}$$

Les deux premiers sont pris avec le signe plus, l'autre avec le signe moins.

On pourrait ainsi démontrer que, d'une façon générale, tout système de vibrations peut toujours être considéré comme une somme algébrique de vibrations circulaires d'intensité et de direction convenablement choisies. Ceci serait impossible avec des vibrations rectilignes et nous montré toute l'importance de l'étude du cas particulier où la vibration excitatrice est circulaire.

**29. Domaine d'application.** — Maintenant que nous avons pu voir tant au point de vue expérimental que théorique, les services que peut rendre la notation préconisée ici, il convient de rappeler que le domaine d'application de cette théorie est strictement limité par les hypothèses qui ont été faites au cours de l'exposé. Elles sont de deux sortes, les unes relatives à l'émission de la source, les autres à son excitation. Parmi ces dernières, notons que nous avons toujours considéré comme sans influence la direction même de la propagation des vibrations excitatrices. Ceci n'est certainement plus le cas dès que l'on sort du domaine optique pour entrer dans celui où la quantité de mouvement du rayonnement prend une importance non négligeable.

Il est à remarquer en outre que nous avons toujours supposé une source très petite ou constituée par un ensemble d'éléments très petits, indépendants. La théorie ne s'appliquerait pas à des vibreurs portés par une même molécule,

grande par rapport à la longueur d'onde, ces vibrateurs étant l'un et l'autre liés en phases avec la lumière excitatrice. Nos hypothèses semblent, au contraire, convenir très bien aux phénomènes de résonance dans les vapeurs métalliques, ceux des solutions fluorescentes et dans certains cas à ceux de diffusion.

## DEUXIÈME PARTIE

### Dépolarisation par déplacement de l'élément vibrateur.

**1. Introduction.** — Nous avons précédemment étudié, moyennant certaines hypothèses, les relations entre l'excitation et l'émission. Nous allons ici étudier le cas, assez particulier, mais qui paraît s'appliquer à un certain nombre de faits expérimentaux, où l'émission, supposée connue dans l'état normal du milieu excité, subit une perturbation due à une modification de ce milieu indépendante de l'excitation. Voici plus exactement l'hypothèse qui sera faite. Dans l'état normal du milieu, l'émission est la somme des émissions indépendantes de chacun des éléments vibrateurs identiques qui constituent la source. Dans l'état troublé, chaque émission élémentaire n'est pas modifiée par rapport à l'élément vibrateur qui l'effectue, mais ces éléments vibrateurs n'occupent plus la position qu'ils auraient occupée dans l'état normal. Il est bien entendu que nous entendons par élément vibrateur aussi bien un seul atome ou une seule molécule, que tout groupement d'atomes ou de molécules, en liaison rigide ou non, qui peut être considéré comme déplacé en bloc par la perturbation considérée. Le problème consiste en le calcul de l'émission nouvelle, connaissant sa valeur normale dans les mêmes conditions d'excitation. Il convient de bien remarquer la différence de ce problème avec celui, dont nous avons traité précédemment un cas particulier, où le milieu source est supposé constitué par

une infinité d'éléments anisotropes identiques distribués dans l'espace. Dans le problème qui va nous occuper ce ne sont pas les paramètres caractéristiques du milieu, les  $a_i^j$  ou les  $A_{ij}^{st}$ , mais ceux caractéristiques de l'émission, les L, C, S ou les  $E^{ij}$  qui restent les mêmes par rapport à des axes liés à chaque élément. Pour fixer les idées nous utiliserons la représentation suivante : dans l'état normal, les éléments vibratoire, atomes par exemple, ne sont pas déplacés entre l'instant de l'excitation et celui de l'émission ; dans le cas troublé, ils ont été au contraire déplacés entre ces deux instants. Ces déplacements pourront être identiques pour tous les éléments, mais seront en général différents et régis par des lois de probabilité. En fait ces déplacements peuvent être dus à un champ magnétique (rotation de Larmor, Elridge <sup>(1)</sup>) ou à des chocs (mouvement brownien de rotation, Lewschin <sup>(2)</sup>, F. Perrin <sup>(3)</sup>).

Nous traiterons plus loin le cas un peu plus général où certains éléments, au lieu d'émettre nécessairement après une modification de leur direction, n'émettent plus du tout (chocs de seconde espèce). Ce cas se ramène au premier si l'on ne tient pas compte, dans la source normale des éléments dont l'émission est supprimée par la perturbation.

2. Les équations du problème. — Soient  $Ox'_1, Ox'_2, Ox'_3$  des axes fixes dans l'espace et  $Ox_1, Ox_2, Ox_3$  des axes liés à l'un des éléments de la source. S'il y a N éléments identiques indépendants et si l'émission totale de la source dans l'état normal est caractérisée par :

$$L_1, L_2, L_3, C_1, C_2, C_3, S_1, S_2, S_3$$

l'émission caractéristique d'un élément est :

<sup>(1)</sup> ELRIDGE, *Physikal Review*, 24, p. 234 (1924).

<sup>(2)</sup> LEWSCHIN.

<sup>(3)</sup> F. PERRIN, *Journal de Physique et le Radium*, 7, p. 390 (1926).

$$\frac{1}{N} L_1, \frac{1}{N} L_2, \frac{1}{N} L_3, \frac{1}{N} C_1, \frac{1}{N} C_2, \frac{1}{N} C_3, \frac{1}{N} S_1, \frac{1}{N} S_2, \frac{1}{N} S_3.$$

cès quantités étant rapportées à  $Ox_1, Ox_2, Ox_3$ .

Si les cosinus directeurs des  $Ox'$  par rapport aux  $Ox$  sont désignés par  $\alpha_i^j$ , l'émission de l'un des éléments rapportée aux  $Ox'$  sera :

$$\frac{1}{N} L'_1, \frac{1}{N} L'_2, \frac{1}{N} L'_3, \frac{1}{N} C'_1, \frac{1}{N} C'_2, \frac{1}{N} C'_3, \frac{1}{N} S'_1, \frac{1}{N} S'_2, \frac{1}{N} S'_3,$$

les  $L', C', S'$  étant liés aux  $L, C, S$  par les formules relatives aux changements d'axes correspondants (1<sup>re</sup> partie, § 15). Et l'émission totale rapportée aux  $Ox'$  sera donnée par :

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} L'_1 = \binom{11}{11} L_1 + \binom{11}{22} L_2 + \binom{11}{33} L_3 + 2 \binom{11}{23} C_1 + 2 \binom{11}{31} C_2 + 2 \binom{11}{12} C_3 \\ L'_2 = \binom{22}{11} L_1 + \binom{22}{22} L_2 + \binom{22}{33} L_3 + 2 \binom{22}{23} C_1 + 2 \binom{22}{31} C_2 + 2 \binom{22}{12} C_3 \\ L'_3 = \binom{33}{11} L_1 + \binom{33}{22} L_2 + \binom{33}{33} L_3 + 2 \binom{33}{23} C_1 + 2 \binom{33}{31} C_2 + 2 \binom{33}{12} C_3 \\ C'_1 = \binom{23}{11} L_1 + \binom{23}{22} L_2 + \binom{23}{33} L_3 + \left[ \binom{23}{23} + \binom{23}{32} \right] C_1 \\ \quad \quad \quad + \left[ \binom{23}{31} + \binom{23}{13} \right] C_2 + \left[ \binom{23}{12} + \binom{23}{21} \right] C_3 \\ C'_2 = \binom{31}{11} L_1 + \binom{31}{22} L_2 + \binom{31}{33} L_3 + \left[ \binom{31}{23} + \binom{31}{32} \right] C_1 \\ \quad \quad \quad + \left[ \binom{31}{31} + \binom{31}{13} \right] C_2 + \left[ \binom{31}{12} + \binom{31}{21} \right] C_3 \\ C'_3 = \binom{12}{11} L_1 + \binom{12}{22} L_2 + \binom{12}{33} L_3 + \left[ \binom{12}{23} + \binom{12}{32} \right] C_1 \\ \quad \quad \quad + \left[ \binom{12}{31} + \binom{12}{13} \right] C_2 + \left[ \binom{12}{12} + \binom{12}{21} \right] C_3 \\ S'_1 = \left[ \binom{23}{23} - \binom{23}{32} \right] S_1 + \left[ \binom{23}{31} - \binom{23}{13} \right] S_2 + \left[ \binom{23}{12} - \binom{23}{21} \right] S_3 \\ S'_2 = \left[ \binom{31}{23} - \binom{31}{32} \right] S_1 + \left[ \binom{31}{31} - \binom{31}{13} \right] S_2 + \left[ \binom{31}{12} - \binom{31}{21} \right] S_3 \\ S'_3 = \left[ \binom{12}{23} - \binom{12}{32} \right] S_1 + \left[ \binom{12}{31} - \binom{12}{13} \right] S_2 + \left[ \binom{12}{12} - \binom{12}{21} \right] S_3 \end{array} \right.$$

en désignant par  $\binom{ik}{jl}$  chacune des quantités moyennes  $\alpha_j^i \alpha_l^k$  relatives à l'ensemble des éléments après la perturbation.

Le problème revient à calculer dans chaque cas particulier ces quantités  $\binom{ik}{jl}$ . En remarquant que par suite de la définition de ces quantités :

$$(2) \quad \binom{ik}{jl} = \binom{ki}{lj}$$

nous voyons qu'il y en a au plus 45 distinctes. Ces 45 ne sont d'ailleurs pas indépendantes car on a les relations :

$$(3) \quad \Sigma_s ({}^{ij}_{ss}) = 1 \text{ ou } 0$$

suivant que :  $i = j$  ou  $i \neq j$

$$(4) \text{ et aussi : } \Sigma_s ({}^{ss}_{ij}) = 1 \text{ ou } 0$$

suivant que :  $i = j$  ou  $i \neq j$ .

Par la suite nous poserons :

$$(5) \quad \begin{cases} L'_i = b^j_i L_j + b^{j+3}_i C_j + b^{j+6}_i S_j \\ C'_i = b^{j+3}_i L_j + b^{j+3}_{i+3} C_j + b^{j+6}_{i+3} S_j \\ S'_i = b^{j+6}_i L_j + b^{j+6}_{i+6} C_j + b^{j+6}_{i+6} S_j \end{cases}$$

Ces formules sont identiques à celles qui lient les L, C, S aux  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$  où l'on a changé  $b$  en  $a$ .

$$(6) \text{ Mais ici : } b^{j+6}_i = b^{j+6}_{i+3} = b^{j+6}_{i+6} = b^{j+3}_{i+6} = 0.$$

On vérifie en effet, dans les formules de transformation (1) que les  $L' C'$  ne dépendent que des L, C et les  $S'$  ne dépendent que des S. Ce sont ces relations annulant un certain nombre de quantités  $b$  qui nous ont fait préférer dans cette question l'emploi des quantités L, C, S à celui des quantités tensorielles générales  $E^{ij}$ .

On a de plus :

$$(7) \quad \Sigma_s b^i_s = \Sigma_s b^s_i = 1$$

et :

$$(8) \quad \Sigma_s b^{i+3}_s = \Sigma_s b^s_{i+3} = 0$$

qui sont sous une autre forme les équations (3) et (4).

**3. Les symétries.** — On voit que toute perturbation du type étudié est caractérisée par l'ensemble des déplacements des éléments et par suite par un ensemble de rotations. Si cet ensemble possède des éléments de symétrie, rendus nécessaires par

la symétrie de la cause perturbatrice et celle du milieu, nous obtiendrons de nouvelles relations entre les  $(\overset{ik}{j})$ . Nous pourrions les obtenir par un raisonnement direct. Nous remarquerons plutôt qu'un problème identique a été résolu quand on a obtenu les relations entre les  $a_i^j$  exigées par les mêmes éléments de symétrie. En effet, puisque par un changement d'axes de coordonnées, les quantités  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}; L, C, S; L' C' S'$  se transforment suivant des formules identiques, les quantités  $b_i^j$  se transforment suivant les mêmes formules que les  $a_i^j$ . Une condition de symétrie étant toujours une condition d'invariance vis-à-vis de certains changements d'axes, à toute relation entre les  $a$  exigée par une condition de symétrie vérifiée par le milieu antérieurement à l'excitation, correspond la même relation entre les  $b$  exigée par la même condition de symétrie vérifiée par l'ensemble des rotations qui constitue la perturbation étudiée.

**4. Symétrie du champ magnétique.** — C'est le cas, en particulier, si le milieu se trouve dans un champ magnétique et si l'hypothèse d'Elridge est vérifiée. L'hypothèse d'Elridge revient en effet à supposer que les éléments vibrateurs sont, dans un champ magnétique faible, animés d'un mouvement de rotation uniforme analogue à la rotation de Larmor d'une orbite électronique. Entre l'instant de l'excitation et celui de l'émission, l'élément vibreur a donc tourné autour de la direction du champ magnétique d'un angle proportionnel à la durée de l'état excité. On se trouve donc dans le cas de l'hypothèse générale : la perturbation de l'émission est due aux déplacements des éléments vibrateurs. Il est certain que dans ce cas l'ensemble de ces déplacements présente la symétrie d'un champ magnétique. Si l'axe de symétrie est l'axe  $Ox_3$ , il faut que pour toute rotation du système d'axes autour de  $Ox_3$ , les coefficients  $b$  ne varient pas. Du résultat obtenu sur les  $a$  (I, § 19, Eq. 4) et des relations particulières entre les  $b$  nous obtenons :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} L'_1 = b_1^1 L_1 + b_1^2 L_2 + b_1^3 L_3 + b_1^6 C_3 \\ L'_2 = b_1^2 L_1 + b_1^1 L_2 + b_1^3 L_3 - b_1^6 C_3 \\ L'_3 = b_1^3 L_1 + b_1^3 L_2 + b_3^3 L_3 \\ C'_1 = b_4^1 C_1 + b_4^5 C_2 \\ C'_2 = -b_4^3 C_1 + b_4^1 C_2 \\ C'_3 = \frac{1}{2} b_1^6 (L_2 - L_1) + b_6^6 C_3 \\ S'_1 = b_7^7 S_1 + b_7^8 S_2 \\ S'_2 = -b_7^8 S_2 + b_7^7 S_1 \\ S'_3 = b_9^9 S_3 \end{array} \right.$$

avec les relations suivantes :

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} b_1^2 = \frac{1}{2} [1 - 2b_1^1 + b_3^3] \\ b_1^3 = \frac{1}{2} [1 - b_3^3] \\ b_6^6 = \frac{1}{2} [4b_1^1 - b_3^3 - 1] \end{array} \right.$$

Nous voyons ainsi que les seules quantités indépendantes sont :

$$\begin{array}{lll} b_1^1 = \overline{(\alpha_1^1)^2} & b_3^3 = \overline{(\alpha_3^3)^2} & \\ b_1^6 = \overline{\alpha_1^1 \alpha_2^1} & b_4^1 = \overline{\alpha_2^2 \alpha_3^3} + \overline{\alpha_3^2 \alpha_2^3} & b_4^5 = \overline{\alpha_3^2 \alpha_1^1} + \overline{\alpha_1^2 \alpha_3^3} \\ b_7^7 = \alpha_1^1 & b_7^8 = \alpha_2^1 & b_9^9 = \alpha_3^3 \end{array}$$

Nous calculerons plus loin ces coefficients dans des cas particuliers.

5. Symétrie du champ électrique. — C'est le cas par exemple où le milieu se trouve dans un champ magnétique assez intense pour provoquer une rotation de Larmor de plusieurs circonférences pendant la durée de l'excitation. On a entre les  $b$ , en plus des relations du cas précédent les relations supplémentaires :

$$b_1^6 = 0 \quad b_4^5 = 0 \quad b_7^8 = 0.$$

6. **Isotropie.** — C'est par exemple le cas des chocs de probabilité isotrope. On a alors en plus des relations précédentes les relations suivantes :

$$b_1^1 = b_3^3 \quad b_4^4 = b_6^6 \quad b_7^7 = b_9^9.$$

Les relations s'écrivent :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} L_1' = b_3^3 L_1 + \frac{1}{2} (1 - b_3^3) (L_2 + L_3) \\ L_2' = b_3^3 L_2 + \frac{1}{2} (1 - b_3^3) (L_3 + L_1) \\ L_3' = b_3^3 L_3 + \frac{1}{2} (1 - b_3^3) (L_1 + L_2) \\ C_1' = \frac{1}{2} (3b_3^3 - 1) C_1 \\ C_2' = \frac{1}{2} (3b_3^3 - 1) C_2 \\ C_3' = \frac{1}{2} (3b_3^3 - 1) C_3 \\ S_1' = b_9^9 S_1 \\ S_2' = b_9^9 S_2 \\ S_3' = b_9^9 S_2 \end{array} \right.$$

On voit qu'il ne s'introduit plus maintenant que :

$$(2) \quad b_3^3 = \overline{(\alpha_3^3)^2} \quad \text{et} \quad b_9^9 = \overline{\alpha_3^3}.$$

Par suite de l'isotropie, si  $\theta$  est l'angle que fait avec son ancienne position une droite quelconque liée à l'un des éléments déplacés, on a :

$$(3) \quad b_3^3 = \overline{\cos^2 \theta} \quad b_9^9 = \overline{\cos \theta}$$

les moyennes s'étendant à l'ensemble des éléments déplacés.

Nous poserons :

$$(4) \quad b_9^9 = \overline{\cos \theta} = q \quad \text{et} \quad \frac{3b_3^3 - 1}{2} = \frac{3 \overline{\cos^2 \theta} - 1}{2} = d.$$

Nous voyons qu'un ensemble isotrope de déplacements est caractérisé par les deux constantes  $d$  et  $q$ .

7. **Chocs multiples.** — Nous voyons qu'un choc d'une certaine espèce est caractérisé par les deux quantités  $d$  et  $q$ . Supposons qu'il se produise 2 chocs à la suite, pendant le temps où l'élément est à l'état excité.

Le premier choc étant caractérisé par  $d_1, q_1$ , l'émission qui se produirait normalement à la suite du premier choc serait définie par  $L', C', S'$  et les formules du paragraphe 6 où  $d$  et  $q$  prennent les valeurs  $d_1$  et  $q_1$  nous donnent ces quantités en fonction des  $L, C, S$ .

On a en particulier :

$$C'_3 = d_1 C_3 \quad \text{et} \quad S'_3 = q_1 S_3.$$

Après le deuxième choc, l'émission effective  $L'', C'', S''$  s'obtiendra à partir de l'émission  $L'C'S'$  par les mêmes formules où  $d = d_2, q = q_2$ . En particulier :

$$C''_3 = d_2 C'_3 \quad \text{et} \quad S''_3 = q_2 S'_3.$$

On voit donc que,  $d$  et  $q$  étant les caractéristiques de la perturbation totale :

$$C''_3 = d C_3 \quad \text{et} \quad S''_3 = q S_3.$$

On en tire :

$$(1) \quad d = d_1 \times d_2 \quad q = q_1 \times q_2.$$

On en conclut qu'on peut inverser l'ordre des chocs sans changer le résultat.

De plus, si on a, non seulement deux, mais plusieurs chocs, ces formules se généralisent en :

$$(2) \quad d = \prod_n d_n \quad q = \prod_n q_n.$$

En particulier si les chocs sont de même nature :

$$d_2 = d_3 = \dots = d_n = d_1$$

$$q_2 = q_3 = \dots = q_n = q_1$$

$$d = d_1^n \quad q = q_1^n$$

Ces formules sont implicitement contenues dans la thèse de F. Perrin<sup>(1)</sup> qui a étudié, dans le cas général, le produit et l'itération des répartitions sphériques.

### 8. Chocs infiniment petits. Mouvement brownien de rotation.

— Nous allons retrouver la généralisation faite par F. Perrin<sup>(2)</sup> de la formule d'Einstein limitée au cas des déplacements infiniment petits.

Un temps  $\Delta t$  infiniment petit après l'émission, on suppose que :

$$\overline{\theta^2} = 2K\Delta t.$$

Tout se passe comme si l'on avait eu un choc infiniment petit caractérisé par :

$$(1) \quad \begin{aligned} d_1 &= \frac{3}{2} \overline{\cos^2 \theta} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} (1 - \overline{\theta^2}) - \frac{1}{2} = 1 - 3K\Delta t \\ q_1 &= \overline{\cos \theta} = \left( 1 - \frac{\overline{\theta^2}}{2} \right) = 1 - K\Delta t. \end{aligned}$$

Au bout du temps  $t$ , il se sera produit  $\frac{t}{\Delta t}$  chocs.

On aura donc :

$$(2) \quad \begin{aligned} d_t &= (1 - 3K\Delta t)^{\frac{t}{\Delta t}} = e^{-3Kt} \\ q_t &= (1 - K\Delta t)^{\frac{t}{\Delta t}} = e^{-Kt}. \end{aligned}$$

On voit que :

$$\overline{\cos^2 \theta}_t = \frac{2d_t + 1}{3} = \frac{2}{3} e^{-3Kt} + \frac{1}{3}.$$

9. Chocs finis. — Dans le cas de la résonance des vapeurs métalliques en présence d'un gaz étranger, un choc produit sans doute une rotation finie de l'atome. Nous supposons

(1) F. PERRIN. *Thèse*, Gauthier-Villars, Paris (1928).

(2) F. PERRIN. *Journal de Physique et le Radium*, loc. cit.

ici que l'atome reste toujours excité après le choc (absence de chocs de deuxième espèce). Ces chocs pourront être de même nature (chocs de l'atome excité avec d'autres atomes identiques entre eux), ou de nature différente (choc avec des atomes différents). Ce dernier cas peut toujours se ramener au premier, mais il peut être intéressant de le distinguer de celui-ci.

On peut alors faire une analyse complète du phénomène et obtenir les quantités moyennes  $d$  et  $q$  en groupant parmi les atomes effectuant leur émission entre les temps  $t$  et  $t + \Delta t$  après leur excitation, ceux qui ont reçu un nombre identique de chocs de même nature. Il est plus rapide de faire une analyse dans le temps (F. Perrin).

Supposons d'abord que tous les chocs soient de même nature et caractérisés par les valeurs  $D$  et  $Q$ . Soit  $cN\Delta t$  le nombre de ceux, parmi  $N$  atomes, qui ont subi un de ces chocs entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ . Entre ces 2 instants parmi les  $N$  atomes,  $N(1 - c\Delta t)$  ne se déplaceront pas, tandis que les autres  $Nc\Delta t$  subiront des déplacements caractérisés par  $D$  et  $Q$ . En remarquant que pour un déplacement nul, les quantités  $D$  et  $Q$  sont égales à 1, l'ensemble des déplacements de ces  $N$  atomes sera caractérisé par :

$$(1) \quad \begin{cases} d_{\Delta t} = \frac{1}{N} [N(1 - c\Delta t) + Nc\Delta t D] = 1 - c(1 - D)\Delta t \\ q_{\Delta t} = \frac{1}{N} [N(1 - c\Delta t) + Nc\Delta t Q] = 1 - c(1 - Q)\Delta t \end{cases}$$

La généralisation est évidente dans le cas où les chocs sont de natures diverses, caractérisées par  $D_i$ ,  $Q_i$ , les probabilités respectives étant  $c_i\Delta t$ .

$$(2) \quad \begin{cases} d_{\Delta t} = 1 - \Delta t \sum_i c_i (1 - D_i) \\ q_{\Delta t} = 1 - \Delta t \sum_i c_i (1 - Q_i) \end{cases}$$

Revenons au premier cas, au temps  $t$  après l'émission les

quantités moyennes  $d_t, q_t$  seront les produits de ces quantités moyennes  $d_{\Delta t}, q_{\Delta t}$  en nombre égal à  $\frac{t}{\Delta t}$

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} d_t &= d_{\Delta t}^{\frac{t}{\Delta t}} = [1 - c(1 - D)\Delta t]^{\frac{t}{\Delta t}} = e^{-c(1 - D)t} \\ q_t &= q_{\Delta t}^{\frac{t}{\Delta t}} = [1 - c(1 - Q)\Delta t]^{\frac{t}{\Delta t}} = e^{-c(1 - Q)t} \end{aligned} \right.$$

Nous supposons maintenant que la probabilité, pour un atome encore excité à l'instant  $t$ , d'une émission entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$  après l'excitation est  $l\Delta t$ . Soit  $N_0$  le nombre des atomes excités à l'instant 0,  $N$  celui de ceux parmi eux qui restent encore excités à l'instant  $t$ . Le nombre de ceux effectuant leur émission entre l'instant  $t$  et  $t + \Delta t$  est :

$$n = -\Delta N = lN\Delta t$$

on en déduit :

$$N = N_0 e^{-lt}$$

et :

$$n = lN_0 e^{-lt} \Delta t$$

Il en résulte que les quantités  $d$  et  $q$  relatives à l'ensemble des déplacements des atomes entre l'instant d'excitation et celui de l'émission seront :

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} d &= \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} d_t l N_0 e^{-lt} dt = \int_0^{\infty} l e^{-[c(1 - D) + l]t} dt \\ &= \frac{1}{1 + \frac{c(1 - D)}{l}} \\ q &= \frac{1}{1 + \frac{c(1 - Q)}{l}} \end{aligned} \right.$$

On voit ainsi que la connaissance de  $d$  et  $q$  nous fournit les quantités  $\frac{c}{l}(1 - D)$  et  $\frac{c}{l}(1 - Q)$ . Si l'on connaît en outre  $l$ , on connaîtra  $c(1 - D)$  et  $c(1 - Q)$  mais non les 3 quantités  $c, D$  et  $Q$  qui interviennent dans le problème.

Les quantités  $c(1 - D)$  et  $c(1 - Q)$  caractérisent l'ensemble des déplacements dans un temps infiniment petit. Si les déplacements élémentaires sont *tous* infiniment petits, on est dans le cas du paragraphe précédent. On a alors :

$$c(1 - D) = 3K$$

$$c(1 - Q) = K.$$

D'où :

$$c(1 - D) = 3c(1 - Q).$$

Si au contraire certains des chocs sont finis, F. Perrin a montré que cette égalité était remplacée par l'inégalité :

$$c(1 - D) < 3c(1 - Q).$$

**10. Mesure expérimentale des quantités  $d$  et  $q$ .** — Nous nous limiterons au cas où le milieu était isotrope avant la perturbation. Il le demeure. Excitons le milieu avec un faisceau de lumière circulaire dirigé suivant  $Ox_3$ . On observe suivant  $Ox_2$ , une radiation partiellement polarisée, la polarisation étant rectiligne et de vibration dirigée suivant  $Ox_1$ , le taux de polarisation étant :

$$p'_0 = \frac{L'_1 - L'_3}{L'_1 + L'_3}$$

et suivant  $Ox_3$  une radiation partiellement polarisée, la polarisation étant circulaire, le taux de polarisation étant :

$$p'_1 = \frac{S'_3}{L'_1}.$$

On aurait les mêmes relations avec les quantités non primées en supprimant la perturbation isotrope du milieu.

Remarquons que ici  $L_1 = L_2$  et  $L'_1 = L'_2$ , On a :

$$\frac{r}{p_0} = \frac{L'_1 + L'_3}{L'_1 - L'_3} = \frac{(L_1 + L_3)(d + 2) + 2L_2(1 - d)}{(L_1 - L_3)3d},$$

tandis que :

$$\frac{1}{p_0} = \frac{L_1 + L_3}{L_1 - L_3},$$

or :

$$\frac{2L_2}{L_1 - L_3} = \frac{2L_1}{L_1 - L_3} = \frac{L_1 + L_3}{L_1 - L_3} + \frac{L_1 - L_3}{L_1 - L_3} = \frac{1}{p_0} + 1.$$

D'où :

$$(1) \quad \frac{1}{p'_0} = \frac{1}{p_0} \frac{1}{d} + \frac{1-d}{3d} \quad \text{ou} \quad \left( \frac{1}{p'_0} + \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{d} \left( \frac{1}{p_0} + \frac{1}{3} \right).$$

D'un autre côté :

$$\frac{1}{p'_1} = \frac{L'_1}{S'_3} = \frac{L'_1 + L'_2 + L'_3}{S'_3} \times \frac{p_0 + 1}{3p'_0 + 1} = \frac{L_1 + L_2 + L_3}{qS_3} \frac{p'_0 + 1}{3p'_0 + 1}$$

et

$$(2) \quad \frac{1}{p'_1} \frac{3p'_0 + 1}{p'_0 + 1} = \frac{L_1}{qS_3} \frac{3p_0 + 1}{p_0 + 1} = \frac{1}{qp_1} \frac{3p_0 + 1}{p_0 + 1}.$$

On voit que si  $p_1 = 0$ ,  $p'_1 = 0$  également et il est impossible de mesurer  $q$ .

Dans le cas où on éclaire avec de la lumière rectiligne vibrant suivant  $Ox_1$ , on observe  $p' = \frac{L'_1 - L'_3}{L'_1 + L'_3}$ .

Sans la perturbation on observerait  $p = \frac{L_1 - L_3}{L_1 + L_3}$ .

Remarquons que ici  $L_2 = L_3$   $L'_2 = L'_3$

$$\frac{1}{p'} = \frac{L'_1 + L'_3}{L'_1 - L'_3} = \frac{(L_1 + L_3)(d + 2) + 2L_2(1 - d)}{(L_1 - L_3)3d},$$

or :

$$\frac{2L_2}{L_1 - L_3} = \frac{2L_3}{L_1 - L_3} = \frac{L_1 + L_3}{L_1 - L_3} - \frac{L_1 - L_3}{L_1 - L_3} = \frac{1}{p} - 1$$

$$(3) \quad \frac{1}{p'} = \frac{1}{p} \frac{1}{d} - \frac{1-d}{3d} \quad \left( \frac{1}{p'} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{d} \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{3} \right).$$

Formule déjà obtenue par F. Perrin (1) et qui a subi dans le cas du mouvement brownien de rotation une comparaison tout à fait satisfaisante avec les résultats expérimentaux.

On vérifiera que  $\frac{1}{p'} = \frac{2}{p} - 1$  en même temps que  $\frac{1}{p_0} = \frac{2}{p} - 1$ .

**11. Cas d'un champ magnétique.** — Nous supposons que le milieu est soumis à un champ magnétique suivant  $Ox_3$  et que ce champ agit suivant l'hypothèse d'Elridge. Ce champ fait tourner autour de l'axe  $Ox_3$  l'ensemble des éléments en nombre  $N_0$  avec une vitesse angulaire  $\omega = KH$ , de sorte qu'un élément de durée de vie  $t$  aura tourné autour de  $Ox_3$  d'un angle  $\varphi = \omega t$ . Pour cet élément, les quantités  $b$  qui permettent de déterminer l'émission perturbée à partir de l'ancienne s'expriment à l'aide des cosinus directeurs :

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \alpha_1^1 & \alpha_1^2 & \alpha_1^3 \\ \alpha_2^1 & \alpha_2^2 & \alpha_2^3 \\ \alpha_3^1 & \alpha_3^2 & \alpha_3^3 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{ccc} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right\}$$

On a alors :

$$(1) \left\{ \begin{array}{lll} N_0 b_1^1 = \cos^2 \varphi & N_0 b_3^3 = 1 & N_0 b_1^6 = -\sin \varphi \cdot \cos \varphi \\ N_0 b_4^4 = \cos \varphi & N_0 b_4^5 = \sin \varphi & \\ N_0 b_7^7 = \cos \varphi & N_0 b_7^8 = -\sin \varphi & N_0 b_9^9 = 1. \end{array} \right.$$

La probabilité d'une durée de vie comprise entre  $t$  et  $t + \Delta t$  étant :

$$\frac{n}{N_0} = l e^{-lt} \Delta t.$$

La perturbation due au champ magnétique sera caractérisée par les valeurs suivantes des coefficients  $b$ .

(1) F. PERRIN. *Loc. cit.*

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} b_1^1 = \int_0^\infty \cos^2(KHt) e^{-lt} \Delta t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{1 + 4 \left(\frac{KH}{l}\right)^2} \\ - b_1^6 = \int_0^\infty \sin(KHt) \cdot \cos(KHt) e^{-lt} \Delta t = \frac{\frac{KH}{l}}{1 + 4 \left(\frac{KH}{l}\right)^2} \\ b_4^4 = b_7^7 = \int_0^\infty \cos(KHt) e^{-lt} \Delta t = \frac{1}{1 + \left(\frac{KH}{l}\right)^2} \\ - b_7^8 = b_4^5 = \int_0^\infty \sin(KHt) e^{-lt} \Delta t = \frac{\frac{KH}{l}}{1 + \left(\frac{KH}{l}\right)^2} \\ b_3^3 = b_9^9 = 1. \end{array} \right.$$

Si H est assez grand pour produire une rotation de Larmor d'un grand nombre de circonférences on a :

$$b_1^1 = \frac{1}{2} \quad b_1^6 = b_4^4 = b_7^7 = b_7^8 = -b_4^5 = 0 \quad b_3^3 = b_9^9 = 1$$

alors :

$$b_1^2 = \frac{1}{2} \quad b_1^3 = b_6^6 = 0.$$

12. Mesure expérimentale de  $\frac{KH}{l}$ . — En général on éclaire suivant  $Ox_2$  avec de la lumière rectiligne suivant  $Ox_1$ . On observe suivant  $Ox_3$ .

$$(1) \quad p' = \frac{L'_1 - L'_2}{L'_1 + L'_2} = \frac{L_1 - L_2}{L_1 + L_2} (b_2^1 - b_1^2) = p(2b_1^1 - 1) \\ = p \frac{1}{1 + 4 \frac{K^2 H^2}{l^2}}.$$

Si l'on avait éclairé en lumière naturelle, on aurait eu :

$$(2) \quad p'_0 = p_0 \frac{1}{1 + 4 \frac{K^2 H^2}{l^2}}.$$

Cette formule est inapplicable si  $p = p_0 = 0$ , ce qui est

par exemple le cas de la résonance de la raie  $D_1$  du sodium et de la raie verte du thallium.

Excitons avec de la lumière circulaire suivant  $Ox_2$  et observons suivant  $Ox_1$ . Ici  $L'_1 = L'_2 = L'_3 = L_1 = L_2 = L_3$ .

Mais la lumière est polarisée circulairement d'une façon partielle.

$$p'_1 = \frac{S'_1}{L} = b'_7 \frac{S_2}{L_3} = p_1 \frac{\frac{KH}{l}}{1 + \frac{K^2 H^2}{l^2}}$$

Comme ici  $p_1 \neq 0$ , le calcul de  $\frac{KH}{l}$  est possible et par suite celui de  $l$  connaissant  $KH$ .

**13. Chocs de seconde espèce.** — Jusqu'à présent nous ne nous sommes occupés que du cas où la perturbation ne consistait qu'en un déplacement des éléments vibreurs. On sait qu'il peut se produire aussi à la suite de certains chocs le retour de l'atome à l'état normal sans émission de lumière. Alors, comme nous l'avons déjà dit les calculs sont ramenés au cas précédent en ne considérant que les éléments qui effectuent réellement leur émission. Supposons  $N_0$  éléments excités à l'instant  $O$  et soit  $N$  le nombre de ces éléments encore excités à l'instant  $t$ , le nombre de ceux-ci qui subiront un choc de l'espèce considérée entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$  sera :

$$n' = fN\Delta t.$$

Comme il y en a d'autre part :

$$n = lN\Delta t,$$

qui effectuent leur émission à ce moment, on a :

$$\Delta N = -(n + n') = -(l + f)N\Delta t.$$

On en conclut :

$$\begin{aligned} N &= N_0 e^{-(l+f)t} \\ n &= lN_0 e^{-(l+f)t} \Delta t \end{aligned}$$

et le nombre total des éléments qui effectuent réellement leur émission est égal (1) à :

$$(1) \quad \int_0^{\infty} lN_0 e^{-(l+f)t} dt = \frac{lN_0}{l+f}.$$

S'il se produit en outre des chocs ordinaires caractérisés par D, Q et la probabilité  $c\Delta t$  nous savons que pour les  $n$  éléments effectuant leur émission entre  $t$  et  $t + \Delta t$ , la valeur moyenne de  $d$  et de  $q$  est :

$$d_t = e^{-c(1-D)t}$$

$$q_t = e^{-c(1-Q)t}.$$

Et la valeur moyenne de  $d$  et  $q$  pour l'ensemble des éléments effectuant réellement leur émission est :

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} d &= \frac{\int lN_0 e^{-(l+f)t} e^{-c(1-D)t} \Delta t}{\frac{lN_0}{l+f}} \\ &= \frac{l}{(l+f) + c(1-D)} = \frac{1}{1 + \frac{c(1-D)}{l+f}} \\ q &= \frac{1}{1 + \frac{c(1-Q)}{l+f}} \end{aligned} \right.$$

Il faudra ensuite dans les formules donnant  $L'$ ,  $C'$ ,  $S'$  réduire chacune des quantités  $L$ ,  $C$ ,  $S$  dans le rapport  $\frac{l}{l+f}$ , puisque ce dernier rapport est celui du nombre d'éléments ayant effectué leur émission à celui de ceux excités. Nous voyons qu'en ce qui concerne la polarisation, l'introduction de chocs de deuxième espèce revient à augmenter la probabilité d'émission de la quantité  $f\Delta t$ .

(1) STERN et VOLMER, *Physikalische Zeitschrift*, 20, p. 183 (1919).

14. Vérification expérimentale. — Nous appliquerons les dernières formules au cas où une vapeur en résonance est mélangée à un gaz étranger. Il y a toujours une fraction plus ou moins importante des chocs qui est constituée par des chocs de deuxième espèce. Les quantités  $c$  et  $f$  sont des fonctions de la pression du gaz étranger et en première approximation ces quantités sont proportionnelles à cette pression  $P$ .

$$c = \gamma P \quad f = \varepsilon P.$$

Les formules du paragraphe précédent fournissent la polarisation  $p'$  en fonction de  $P$ .

Nous supposons l'excitation faite en lumière rectiligne. On a :

$$(1) \quad \frac{P\gamma(1-D)}{l + \varepsilon P} = \frac{1}{d} - 1 = \frac{\frac{1}{p'} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{p} - \frac{1}{3}} - 1 = \frac{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p}}{\frac{1}{p} - \frac{1}{3}}.$$

Pour la confrontation avec l'expérience, il est préférable de mettre sous la forme :

$$(2) \quad \frac{P}{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p}} = \frac{1 + \frac{\varepsilon}{l} P}{\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{3}\right) \frac{\gamma}{l} (1-D)}.$$

On voit que la courbe de  $p'$  en fonction de  $P$  est une branche d'hyperbole passant par le point  $P = 0$ ,  $p' = p$  et possédant une asymptote parallèle à l'axe des  $P$ . L'ordonnée de cette asymptote n'est nulle que si  $\varepsilon = 0$  (absence de chocs de seconde espèce).

Nous allons appliquer cette formule au cas étudié expérimentalement par Keussler (1) de la résonance du mercure en présence de gaz étrangers He, N<sup>2</sup>, Co<sup>2</sup>, H<sup>2</sup>, O<sup>2</sup>.

Voici, d'après les courbes publiées, les valeurs obtenues pour la quantité  $\frac{P}{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p}}$  ( $P$  mesuré en millimètres de mercure).

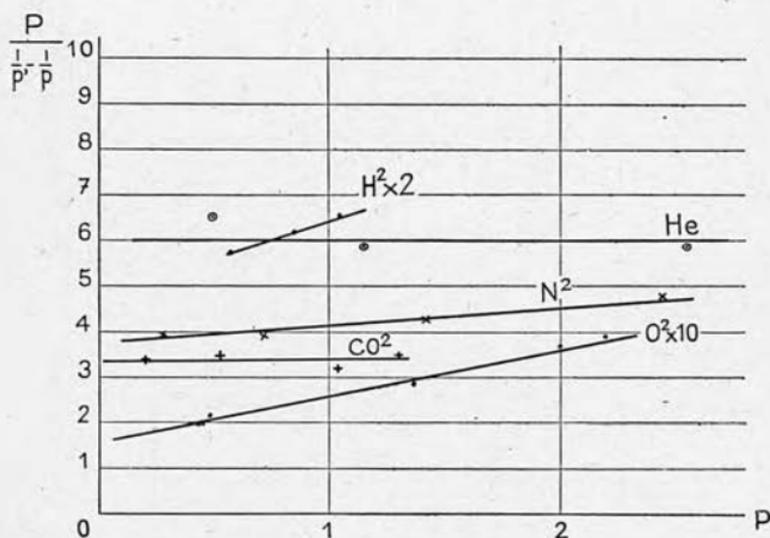
(1) KEUSSLER, *Annalen der Physik*, 82, p. 793, 1927.

	P	$\frac{1}{p'}$	$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p}$	$\frac{P}{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p}}$
He	2,55 1,15 0,5	5,62 3,21 2,02 1,25	4,37 1,96 0,77	0,584 0,587 0,650
N <sup>2</sup>	2,45 1,42 0,72 0,28 0	6,42 4,50 3,07 1,96 1,25	5,17 3,25 1,82 0,71	0,474 0,427 0,395 0,394
CO <sup>2</sup>	1,3 1,04 0,53 0,21 0	5 4,5 2,76 1,88 1,25	3,75 3,25 1,51 0,63	0,346 0,370 0,350 0,337
H <sup>2</sup>	1,04 0,85 0,575 0	2,04 1,94 1,75 1,25	0,79 0,69 0,50	1,31 1,23 1,15
O <sup>2</sup>	2,2 1,36 0,485 0	1,82 1,73 1,48 1,25	0,57 0,48 0,23	3,85 2,84 2,1

Les nombres donnés dans la dernière colonne devraient varier linéairement avec P. Sauf dans le cas de l'oxygène et de l'hydrogène et peut être dans celui de l'azote, on peut considérer ces nombres comme constants. Cela prouverait que  $\frac{\epsilon}{\tau} P$  reste petit devant 1 et que sauf pour l'oxygène et l'hydrogène, il se produit un nombre relativement petit de chocs de deuxième espèce, pendant la durée normale de vie de l'atome à l'état excité. Malheureusement ce n'est que qualitativement d'accord avec les mesures faites par Stuart <sup>(1)</sup> sur

(1) STUART, *Zeitschrift für Physik*, 32, p. 262, 1925.  
*Ann. de Phys.*, 10<sup>e</sup> série, t. XII (Juillet-Août 1929)

l'intensité du rayonnement émis par résonance en fonction de la pression du gaz étranger. Pour l'hydrogène, aux pressions de l'ordre de 1 mm., la polarisation ne devrait presque plus varier avec la pression. Pour l'oxygène, la variation de  $\frac{P}{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p}}$  avec P permet de calculer la valeur de  $\frac{l}{\varepsilon}$ , c'est-à-dire la pression d'oxygène qui réduit de moitié l'intensité



Courbes donnant d'après les résultats publiés par Keussler la quantité  $\frac{P}{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p}}$  en fonction de la pression P du gaz étranger.

P est mesuré en mm de mercure. Les lectures de  $\frac{P}{\frac{1}{p'} - \frac{1}{p}}$  sont valables pour O<sub>2</sub>, elles sont à diviser par 5 pour H<sub>2</sub> et par 10 pour He, N<sub>2</sub> et CO<sub>2</sub>.

de la lumière émise par résonance. On obtient la valeur 1 mm. 6 qui est 5 fois plus grande que celle de Stuart. Il conviendrait de s'assurer de la certitude des valeurs expérimentales. Les mesures faites par Keussler avec une cellule photoélectrique n'ont pas sans doute la même précision quand

l'intensité lumineuse diminue. On remarquera en notre faveur certaines observations qualitatives de Hanle <sup>(1)</sup>. Il resterait à voir ensuite si la diminution de l'intensité de la lumière émise lors de la présence d'un gaz étranger n'est pas imputable, par exemple dans le cas de l'hydrogène, à la formation métastable de combinaisons moléculaires. De toute façon on peut dire qu'en première approximation la formule n'est pas incompatible avec les résultats expérimentaux dans le cas de la résonance de même que la formule analogue pour le mouvement brownien de rotation s'applique, comme l'a montré F. Perrin, à l'étude des solutions fluorescentes.

### TROISIÈME PARTIE

#### **Théorie de l'absorption anisotrope.**

1. **Introduction.** — On peut étudier des modes généraux de dépolarisation autres que celui que nous avons étudié dans la précédente partie. Il peut par exemple se produire de la dépolarisation par fluorescence secondaire ou mieux par résonance secondaire. Dans ces cas la lumière émise dans toutes les directions par les points du milieu qui se trouvent sur le trajet du faisceau excitateur est absorbée à son tour et provoque une émission secondaire qui, étant donnée son origine, possède une polarisation tout à fait différente de celle de l'émission primaire. Pour faire les calculs on est amené à étudier l'absorption d'un faisceau lumineux traversant le milieu, c'est-à-dire la variation de ses paramètres tout le long de son parcours. Dans les cas expérimentaux usuels cette absorption est isotrope et les divers paramètres du faisceau subissent des décroissances exponentielles identiques, ne dépendant pas de la direction du faisceau à l'intérieur du

<sup>(1)</sup> HANLE, *Zeitschrift für Physik*, 30, p. 93, 1924.  
*Ann. de Phys.*, 10<sup>e</sup> série, t. XII (Juillet-Août 1929)

milieu. Laissant de côté le problème général de la résonance secondaire, nous nous sommes attachés ici à traiter le problème de l'absorption anisotrope pour montrer en particulier les services que pouvaient rendre aussi dans ce problème les paramètres caractéristiques que nous avons utilisés jusqu'à présent. Ce sera en même temps l'occasion de préciser un peu ces quantités quand le milieu est constitué par des éléments vibrateurs disséminés dans l'espace avec une densité moyenne sinon uniforme du moins variant d'une façon continue avec la position du point considéré.

**2. Absorption sur le trajet d'un faisceau.** — Un faisceau est caractérisé par les quantités  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  dont les rapports définissent la polarisation du faisceau tandis que  $\mu + \nu$  représente l'énergie traversant une section du faisceau pendant l'unité de temps. S'il se produit de l'absorption sur le trajet du faisceau, cette énergie dépend de la section considérée du faisceau et si cette absorption est anisotrope la polarisation même de la lumière est modifiée tout le long du parcours.

Nous mettrons en œuvre, en ce qui concerne l'absorption, une série d'hypothèses de plus en plus générales.

Nous admettrons pour commencer qu'il existe un type particulier de mouvement vibratoire elliptique perpendiculaire au faisceau et tel que par rapport à lui la vibration lumineuse à chaque instant se décompose en deux vibrations : l'une du type considéré, l'autre du type opposé (point diamétralement opposé sur la sphère de Poincaré) ayant une différence de phase bien définie. Après le trajet  $dr$  la première vibration a subi une diminution d'amplitude dans le rapport  $1 - Kdr$ , l'autre n'a pas été modifiée. Nous supposons tout d'abord qu'il ne se produit pas de modification de phase. Nous allons chercher, désignant par  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  les paramètres caractérisant le faisceau en un point de son parcours, les valeurs nouvelles de ces quantités après le parcours supplémentaire  $dr$ .

En réalité dans ce problème, afin de passer plus facilement d'un type de vibration à un autre, nous utiliserons plutôt les quantités correspondantes I, M, C, S.

Considérons tout d'abord un exemple. Supposons que le type de vibration par rapport auquel se fait l'absorption soit la vibration rectiligne suivant  $Ox$ . Toute vibration élémentaire, au point P, du faisceau lumineux peut s'écrire :

$$(1) \quad x = p \cos \omega t \quad y = q \cos(\omega t + \alpha).$$

Après le parcours  $dr$ , la vibration élémentaire est :

$$(2) \quad x' = p(1 - Kdr) \cos \omega t \quad y' = q \cos(\omega t + \alpha).$$

Au point P on a :

$$(3) \quad \begin{cases} I = \sum_i (p_i^2 + q_i^2) & M = \sum_i (p_i^2 - q_i^2) \\ C = \sum_i p_i q_i \cos \alpha_i & S = \sum_i p_i q_i \sin \alpha_i \end{cases}$$

Après le parcours  $dr$ , ces quantités sont devenues :

$$(4) \quad \begin{cases} I + dI = \sum_i [p_i^2(1 - 2Kdr) + q_i^2] = I - K(I + M)dr \\ M + dM = \sum_i [p_i^2(1 - 2Kdr) - q_i^2] = M - K(I + M)dr \\ C + dC = \sum_i p_i q_i (1 - Kdr) \cos \alpha_i = C(1 - Kdr) \\ S + dS = \sum_i p_i q_i (1 - Kdr) \sin \alpha_i = S(1 - Kdr) \end{cases}$$

d'où :

$$(5) \quad \begin{cases} -dI = K(I + M)dr & -dM = K(I + M)dr \\ -dC = KCdr & -dS = KSdr \end{cases}$$

Passons au cas où le type de vibration, par rapport auquel se fait l'absorption, est quelconque et représenté par une direction  $OX'$  dans la sphère de Poincaré dont les cosinus directeurs sont  $\alpha, \beta, \gamma$  par rapport aux axes habituels  $OX, OY, OZ$ . Soient  $OY', OZ'$  deux directions rectangulaires perpendiculaires à  $OX'$  et dont les cosinus directeurs sont  $\alpha'\beta'\gamma'$  et  $\alpha''\beta''\gamma''$ .

Un ensemble quelconque de vibrations représenté par IMCS

par rapport aux anciens axes OX, OY, OZ sera par rapport aux nouveaux axes noté I'M'C'S'.

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} I' = I \\ M' = \alpha M + \beta C + \gamma S \\ C' = \alpha' M + \beta' C + \gamma' S \\ S' = \alpha'' M + \beta'' C + \gamma'' S \end{array} \right.$$

Il est évident que si K est le coefficient qui intervient dans l'absorption suivant le type considéré de vibration on doit avoir par analogie avec le cas particulier étudié :

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{ll} -dI' = K(I' + M')dr & -dM' = K(I' + M')dr \\ -dC' = KC'dr & -dS' = KS'dr \end{array} \right.$$

On en déduit :

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} -dI = K(I + \alpha M + \beta C + \gamma S)dr \\ -dM = K(\alpha I + M)dr \\ -dC = K(\beta I + C)dr \\ -dS = K(\gamma I + S)dr \end{array} \right.$$

Désignons maintenant par  $i, m, c, s$  les quantités  $\frac{K}{h}, \frac{K\alpha}{h}, \frac{K\beta}{h}, \frac{K\gamma}{h}$ ,  $h$  étant un coefficient de proportionnalité choisi une fois pour toutes et que nous préciserons plus loin. On a :

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} -dI = h(iI + mM + cC + sS)dr \\ -dM = h(mI + iM)dr \\ -dC = h(cI + iC)dr \\ -dS = h(sI + iS)dr \end{array} \right.$$

Remarquons que les quantités  $i, m, c, s$  sont par rapport à la sphère de Poincaré analogues à des quantités IMCS. Elles vérifient ici la relation  $i^2 = m^2 + c^2 + s^2$  et caractérisent avec son intensité un mouvement elliptique qui permet de définir l'absorption considérée. Nous dirons, dans ce cas, que l'absorption est associée à un mouvement elliptique unique défini par  $i, m, c, s$ .

Nous admettrons maintenant qu'une absorption réelle n'est pas nécessairement du type précédent mais peut toujours être considérée, quant au résultat définitif, comme une succession d'absorptions du type précédent. Si ces diverses absorptions sont associées à des mouvements elliptiques définis par  $i_i, m_i, c_i, s_i$ , la modification effective des quantités I, M, C, S sera après le trajet  $dr$  :

$$(10) \quad dI = \Sigma dI_i \quad dM = \Sigma dM_i \quad dC = \Sigma dC_i \quad dS = \Sigma dS_i$$

$dI_i, dM_i, dC_i, dS_i$  étant les modifications dues à l'absorption associée à  $i_i, m_i, c_i, s_i$ . Grâce à la forme linéaire et homogène des relations (9) donnant  $dI_i, dM_i, \dots$  au bout du trajet  $dr$  en fonction de  $i_i, m_i, \dots$  les quantités  $dI, dM, dC, dS$  seront dans le cas général données par des formules identiques où  $i, m, c, s$  sont égaux à  $\Sigma i_i, \Sigma m_i, \Sigma c_i, \Sigma s_i$ . Nous dirons, dans le cas général, que l'absorption est associée à un ensemble de mouvements elliptiques indépendants caractérisé par les quantités  $i, m, c, s$ . Ici, d'ailleurs, on a simplement :

$$i^2 \geq m^2 + c^2 + s^2.$$

Remarquons que la notion d'une absorption équivalente à une succession d'absorptions n'est pas seulement mathématique. Supposons, par exemple, que le milieu considéré contienne deux types distincts d'éléments absorbants. Il est évident que l'absorption sur un trajet  $dr$  par le milieu est équivalente à celle due à la succession de deux trajets ayant chacun la longueur  $dr$  dans les milieux, l'un identique au milieu considéré où l'on a supprimé tous les éléments absorbants de l'un des types, l'autre ne contenant que ces éléments. Il en résulte que la présence simultanée d'éléments absorbants conduit à l'addition des ensembles de mouvements elliptiques associées aux absorptions respectivement dues à chacun de ces éléments.

Il est évident que si l'on remplace l'ensemble des mouvements elliptiques associés à une absorption par un ensemble équivalent (c'est-à-dire de même  $i, m, c, s$ ) l'absorption est la même. Or, la théorie de la polarisation partielle de la lumière montre qu'un ensemble de mouvements elliptiques est toujours équivalent à l'ensemble de deux mouvements elliptiques opposés. Toute absorption peut donc être considérée comme due à la succession d'une absorption suivant une vibration elliptique particulière et d'une absorption suivant l'ellipse opposée. Il est facile de voir que cela revient à supposer que, généralisant directement les hypothèses du premier cas, après la décomposition de la vibration lumineuse en deux vibrations, l'une du type particulier, l'autre du type opposé, l'absorption modifie non seulement l'amplitude de la première vibration, dans le rapport  $1 - Kdr$ , mais aussi celle de la seconde, dans le rapport  $1 - K'dr$ , par exemple. Nous pouvons aussi effectuer le calcul direct.

Si la vibration par rapport à laquelle on effectue la décomposition de la vibration lumineuse est rectiligne suivant  $Ox$ , et si, avant l'absorption on a :

$$x = p \cos \omega t \quad y = q \cos (\omega t + \alpha)$$

après l'absorption on a :

$$(11) \quad x' = p(1 - Kdr) \cos \omega t \quad y' = q(1 - K'dr) \cos (\omega t + \alpha)$$

et par suite :

$$(12) \quad \begin{cases} -dI = [I(K + K') + M(K - K')]dr \\ -dM = [I(K - K') + M(K + K')]dr \\ -dC = (K + K')Cdr \\ -dS = (K + K')Sdr \end{cases}$$

Pour une vibration caractérisée par rapport à la sphère de Poincaré par les cosinus directeurs  $\alpha, \beta, \gamma$ , on a :



précédemment s'accompagnent toujours de modifications de phase. Sans entrer dans le détail du calcul, nous pouvons toujours considérer comme successives les modifications d'amplitude et celles de phase. Ces dernières, en utilisant le résultat bien connu de la théorie de Poincaré, conduisent à une rotation infiniment petite de l'ensemble des vecteurs élémentaires représentant les vibrations lumineuses du faisceau, autour d'un axe passant par le centre de la sphère de Poincaré. Soit  $\theta dr$  l'angle de rotation et  $p, q, r$  les cosinus directeurs de l'axe, la rotation considérée conduira aux modifications suivantes des quantités I, M, C, S :

$$(14) \quad \begin{cases} dI = 0 \\ dC = (rM - pS)\theta dr \end{cases} \quad \begin{cases} dM = (qS - rC)\theta dr \\ dS = (pC - qM)\theta dr \end{cases}$$

Dans le cas général où la rotation accompagne une absorption, ces modifications des quantités doivent s'ajouter aux modifications dues à l'absorption (Eq. 9). Les formules contiendront alors 7 paramètres indépendants :  $hi, hm, hc, hs$  qui caractérisent l'absorption et  $p\theta, q\theta, r\theta$  qui caractérisent la rotation, ce sont les plus générales qui transforment une vibration elliptique en une autre purement elliptique.

En ce qui concerne les rôles respectifs des constantes d'absorption et celles de rotation, nous ferons les 2 remarques suivantes que nous utiliserons par la suite :

1° L'énergie absorbée ne dépend que des constantes d'absorption.

2° La modification d'une lumière naturelle sur un trajet infiniment petit ne dépend que des constantes d'absorption.

Ces remarques deviennent évidentes si l'on constate qu'une rotation infiniment petite n'entraîne aucune modification de l'énergie dans le cas général, les modifications de polarisation ne dépendent que de M, C, S et par suite étant nulles pour une lumière initialement naturelle.

Ces remarques nous permettront de faire abstraction des constantes de rotation et par suite de les supposer nulles.

Après avoir jusqu'à présent utilisé les quantités  $I, M, C, S$  revenons enfin aux quantités  $\mu, \nu, \gamma, \sigma$ . Désignant par  $\mu_0, \nu_0, \gamma_0, \sigma_0$  les quantités correspondantes à  $i, m, c, s$ , nous avons :

$$(15) \quad \begin{cases} -d\mu = 2h[\mu\mu_0 + \gamma\gamma_0 + \sigma\sigma_0]dr \\ -d\nu = 2h[\nu\nu_0 + \gamma\gamma_0 + \sigma\sigma_0]dr \\ -d\gamma = h[(\mu + \nu)\gamma_0 + \gamma(\mu_0 + \nu_0)]dr \\ -d\sigma = h[(\mu + \nu)\sigma_0 + \sigma(\mu_0 + \nu_0)]dr \end{cases}$$

En particulier si l'absorption est isotrope :

$$\mu_0 = \nu_0 = \frac{K}{2h} \quad \gamma_0 = \sigma_0 = 0.$$

on a :

$$(16) \quad \begin{cases} -d\mu = \mu Kdr & -d\nu = \nu Kdr \\ -d\gamma = \gamma Kdr & -d\sigma = \sigma Kdr \end{cases}$$

et en intégrant :

$$(17) \quad \begin{cases} \mu(r) = \mu(o)e^{-Kr} & \nu(r) = \nu(o)e^{-Kr} \\ \gamma(r) = \gamma(o)e^{-Kr} & \sigma(r) = \sigma(o)e^{-Kr} \end{cases}$$

On voit que la polarisation n'est pas modifiée, chacune des composantes et en particulier l'énergie sont multipliées par le facteur  $e^{-Kr}$ . Il ne s'introduit plus qu'une constante pour caractériser l'absorption.

Dans le cas général, si le milieu est homogène tout le long du faisceau, on est ramené à un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants. Ces coefficients sont variables si le milieu n'est pas homogène.

**3. Absorption en un point de l'espace.** — Nous n'avons jusqu'à présent jamais très bien précisé en valeur absolue les paramètres  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$  qui caractérisent l'excitation en un point du milieu. Nous conviendrons que la quantité  $\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3$  représente la densité de l'énergie rayonnante au point considéré du milieu. Les quantités  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$  sont donc de la nature d'une énergie par unité de volume.

Si les différents faisceaux qui excitent un point P du milieu sont indépendants de phase, leurs effets s'ajoutent simplement c'est-à-dire que les paramètres,  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$  caractérisant l'excitation au point P sont respectivement les sommes des paramètres  $\mathcal{L}^i$ ,  $\mathcal{C}^i$ ,  $\mathcal{S}^i$  correspondant à chacun des faisceaux excitateurs. On est donc amené à calculer les paramètres  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$  dus à un seul faisceau excitateur connaissant les paramètres  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$  caractérisant ce faisceau et la section  $dS$  du faisceau au point P.

Soient  $Px_i$  les axes de coordonnées auxquels sont rapportées les quantités  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$  et soit  $Px'_3$  la direction de propagation du faisceau,  $Px'_1$  et  $Px'_2$  étant les axes auxquels sont rapportées les quantités  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$ . Si  $\mathcal{L}'$ ,  $\mathcal{C}'$ ,  $\mathcal{S}'$  sont les valeurs des composantes de l'excitation rapportées aux axes  $Px'_i$ , il est évident que les quantités :

$$\mathcal{L}'_1, \mathcal{L}'_2, \mathcal{L}'_3, \mathcal{C}'_1, \mathcal{C}'_2, \mathcal{C}'_3, \mathcal{S}'_1, \mathcal{S}'_2, \mathcal{S}'_3$$

sont respectivement proportionnelles aux quantités.

$$\mu, \nu, 0, 0, 0, \gamma, 0, 0, \sigma.$$

Nous allons calculer le coefficient de proportionnalité  $K'$ .

Si  $V$  est la vitesse de propagation de l'énergie le long du faisceau, vitesse qui sera supposée au moins en première approximation indépendante de la polarisation du faisceau ainsi que de sa direction, la densité de l'énergie au point P sera :

$$\frac{\mu + \nu}{VdS} = \mathcal{L}'_1 + \mathcal{L}'_2 = K'(\mu + \nu),$$

d'où :

$$K' = \frac{1}{VdS}.$$

Les quantités  $\mathcal{L}'_1$ ,  $\mathcal{L}'_2$ ,  $\mathcal{L}'_3$ ,  $\mathcal{C}'_1$ ,  $\mathcal{C}'_2$ ,  $\mathcal{C}'_3$ ,  $\mathcal{S}'_1$ ,  $\mathcal{S}'_2$ ,  $\mathcal{S}'_3$ , seront respectivement égales à :

$$(1) \quad \frac{\mu}{VdS}, \frac{\nu}{VdS}, 0, 0, 0, \frac{\gamma}{VdS}, 0, 0, \frac{\sigma}{VdS}$$

et les quantités  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$ , s'obtiendront par le changement d'axes  $Px'_i$ ,  $Px_i$ .

Dans la première partie, nous avons été conduits à supposer que les quantités caractéristiques de l'émission d'une source ne pouvaient dépendre de l'excitation que par l'intermédiaire des quantités  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$ . Ici et pour les mêmes raisons nous supposerons que l'énergie absorbée par un élément du milieu pendant l'unité de temps ne dépend que des quantités  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$  de l'excitation et au voisinage d'un point du milieu sera proportionnelle au volume  $dv$  de l'élément considéré du milieu.

Utilisons la forme tensorielle  $\mathcal{E}^{ij}$  liée aux  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$ , pour définir l'excitation. Si  $d\mathfrak{S}$  est l'énergie absorbée par unité de temps par un élément de volume  $dv$ , on doit avoir :

$$(2) \quad d\mathfrak{S} = e_{ij}\mathcal{E}^{ij}dv.$$

La quantité  $d\mathfrak{S}$  ne dépend pas du choix des axes de référence servant à mesurer les composantes de  $\mathcal{E}^{ij}$ ,  $d\mathfrak{S}$  est donc une quantité invariante. Les  $e_{ij}$  forment donc un tenseur du second ordre. Elles se transforment comme les  $\mathcal{E}^{ij}$  par un choix d'axes rectangulaires. Pour revenir aux quantités habituelles  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$ , faisons correspondre aux  $e_{ij}$  des quantités :

$$l_1, l_2, l_3, c_1, c_2, c_3, s_1, s_2, s_3,$$

de la même façon que les  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$ , correspondent aux  $\mathcal{E}^{ij}$ . On aura :

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} d\mathfrak{S} = & l_1\mathcal{L}_1 + l_2\mathcal{L}_2 + l_3\mathcal{L}_3 + 2c_1\mathcal{C}_1 + 2c_2\mathcal{C}_2 \\ & + 2c_3\mathcal{C}_3 + 2s_1\mathcal{S}_1 + 2s_2\mathcal{S}_2 + 2s_3\mathcal{S}_3 \end{aligned} \right.$$

Ces quantités  $l$ ,  $c$ ,  $s$ , ont pour dimension l'inverse d'un temps.

Nous allons maintenant établir la liaison entre ces quanti-

tés  $l, c, s$  et les quantités  $\mu_0, \nu_0, \gamma_0, \sigma_0$  qui caractérisent l'absorption le long d'un faisceau.

Soit en effet un faisceau  $F$  se propageant suivant  $Pz$ , ayant une section droite d'aire  $dS$  au point  $P$ . Soient  $\mu, \nu, \gamma, \sigma$  ses caractéristiques par rapport à des axes  $Px, Py$  rectangulaires et perpendiculaires à  $Pz$ . Soient  $l', c', s'$  les quantités, caractérisant l'absorption, rapportées à ces axes. Considérons l'élément du faisceau compris entre les sections  $z=0, z=dr$ . Son volume est  $dv = dS \times dr$ . Les quantités  $l', c', s'$ , qui caractérisent l'excitation du milieu au voisinage de  $P$ , sont, en ne considérant que la contribution du faisceau  $F$  :

$$l'_1, l'_2, l'_3, c'_1, c'_2, c'_3, s'_1, s'_2, s'_3$$

respectivement égales à :

$$\frac{\mu}{\sqrt{dS}}, \frac{\nu}{\sqrt{dS}}, 0, 0, 0, \frac{\gamma}{\sqrt{dS}}, 0, 0, \frac{\sigma}{\sqrt{dS}}.$$

L'énergie absorbée par unité de temps dans le volume  $dv$  sera donc :

$$(4) \quad d\delta = (l'_1\mu + l'_2\nu + 2c'_3\gamma + 2s'_3\sigma) \frac{dv}{\sqrt{dS}}.$$

Or cette quantité est aussi égale (§ 2, Eq. 15) à :

$$(5) \quad -(d\mu + d\nu) = 2h[\mu\mu_0 + \nu\nu_0 + \gamma\gamma_0 + 2\sigma\sigma_0]dr.$$

Ces deux expressions sont identiques si l'on a :

$$(6) \quad \begin{cases} \mu_0 = l'_1 & \nu_0 = l'_2 \\ \gamma_0 = c'_3 & \sigma_0 = s'_3 \end{cases}$$

et de plus  $h = \frac{1}{2V}$ .

Les quantités  $\mu_0, \nu_0, \gamma_0, \sigma_0$  qui caractérisent l'absorption le long d'un faisceau ne sont donc pas des fonctions quelconques de la direction du faisceau, elles s'expriment uniquement en fonction des 9 quantités  $l, c, s$ . Au contraire les paramètres caractérisant la rotation le long d'un faisceau ne paraissent pas assujettis à des lois analogues.

## RÉSUMÉ

Les recherches exposées dans ce mémoire ont eu pour but initial le désir de mettre de l'ordre dans les résultats expérimentaux que les divers auteurs ont obtenus en ce qui concerne la polarisation des radiations émises par résonance optique et plus généralement par fluorescence. On a pu montrer que les relations entre les résultats expérimentaux d'une part (état de polarisation des divers faisceaux émis dans l'espace par le milieu en résonance) et les conditions d'excitation d'autre part (état de polarisation du faisceau exciteur et direction de ce dernier) ne contenaient qu'un nombre fini de paramètres caractérisant l'état du milieu. Pour un état donné de ce milieu, un nombre fini d'expériences convenablement choisies suffit donc à déterminer ces paramètres et permet de prévoir les résultats pour une excitation quelconque.

La première partie a trait à la recherche de ces relations. La solution du problème réside dans l'utilisation de quantités qui sont, pour un ensemble de vibrations dans l'espace, la généralisation des 4 paramètres utilisés déjà par Stokes pour caractériser la polarisation partielle d'un faisceau de lumière. Ici les paramètres utilisés forment des groupes de 9 quantités. Ils permettent de représenter soit l'état de polarisation des divers faisceaux émis dans l'espace par le milieu fluorescent, soit l'état de polarisation et la direction du ou des faisceaux exciteurs. Dans le premier cas, ce sont les paramètres caractéristiques de l'émission et ils sont désignés par  $L_1, L_2, L_3, C_1, C_2, C_3, S_1, S_2, S_3$ ; dans l'autre cas, ce sont les paramètres caractéristiques de l'excitation et ils sont désignés par  $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3, \mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2, \mathcal{S}_3$ . Par changement d'axes de coordonnées ces quantités se transforment comme des composantes tensorielles. Les relations entre les  $L, C, S$  et les  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$  sont linéaires et il s'introduit dans le cas général

81 constantes  $a_i^j$  qui sont caractéristiques de l'état du milieu. Les symétries réduisent le nombre de celles parmi ces quantités qui sont vraiment indépendantes. Ainsi si la symétrie du milieu est celle d'un champ magnétique le nombre de ces quantités est réduit à 19 et il est réduit à 3 dans le cas d'isotropie. Ces constantes peuvent être combinées de façon à former un tenseur de 4<sup>e</sup> ordre  $A_{st}^{ij}$ . Cette forme tensorielle a été utilisée pour calculer les 3 caractéristiques d'un milieu constitué par un assemblage d'éléments anisotropes identiques à l'aide des 3 invariants  $A_{ss}^{ii}$ ,  $A_{is}^{is}$ ,  $A_{si}^{is}$  du tenseur  $A_{st}^{ij}$  caractérisant ces éléments anisotropes. La discussion des résultats a mis en évidence en particulier dans le cas d'isotropie l'intérêt spécial d'une excitation en lumière circulaire tant au point de vue théorique qu'expérimental. Quelques exemples ont été traités.

L'adaptation au problème initial des quantités  $L$ ,  $C$ ,  $S$  et  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{S}$  pour caractériser la polarisation partielle de la lumière a fait penser à utiliser ces quantités dans des questions analogues. Dans la deuxième partie on a traité le cas de la dépolarisation qui se produit lors d'un déplacement de l'élément vibreur entre l'instant de l'excitation et celui de l'émission : chocs contre les molécules de gaz étranger, mouvement brownien de rotation dans les solutions fluorescentes, rotation de Larmor due à la présence d'un champ magnétique. On a donné les formules qui relient les paramètres de la nouvelle émission à ceux de l'émission normale, c'est-à-dire de l'émission qui se produirait si les éléments vibreurs ne s'étaient pas déplacés. Si l'ensemble de ces déplacements est isotrope, il ne s'introduit que deux coefficients  $\overline{\cos^2 \alpha}$  et  $\overline{\cos \alpha}$ ,  $\alpha$  étant l'angle d'une direction liée à l'un des éléments vibreurs déplacés avec sa direction normale. Ces résultats concordent avec ceux de F. Perrin qui sont limités au cas de l'analyse rectiligne d'une émission et n'introduisent que  $\overline{\cos^2 \alpha}$ .

Dans le cas où sont simultanément considérés des chocs de seconde espèce on a obtenu une formule qui donne la dépolariation en fonction de la pression du gaz étranger et effectué une comparaison satisfaisante avec les résultats expérimentaux de Keussler. On a traité également le cas où les déplacements sont dus à la présence d'un champ magnétique, retrouvé les résultats connus et indiqué des résultats nouveaux.

Dans la troisième partie on a traité une autre application moins directe des paramètres utilisés dans les problèmes précédents. Il s'agit de l'absorption des faisceaux dans des milieux anisotropes. On a montré l'intérêt de l'introduction de 9 quantités  $l_1, l_2, l_3, c_1, c_2, c_3, s_1, s_2, s_3$  caractérisant complètement l'absorption d'un faisceau de direction quelconque et analogues à des quantités  $L, C, S$  ou  $\mathcal{L}, \mathcal{C}, \mathcal{S}$ .

---

*Le Gérant : F. AMIRAULT.*

---